

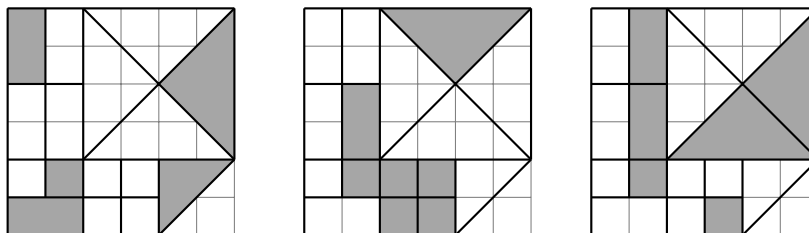
PROBLEMAS ADICIONALES DE MATEMÁTICAS I

R. S. COSTAS-SANTOS

IMPORTANTE: Algunos problemas pueden tener soluciones 'raras' o no tener solución.

1. (**) Calcular el mayor número capicúa de 3 dígitos menor que 500 que al dividirlo entre 19 se obtenga de resto 11.
2. (**) Calcular los número primos entre 220 y 260.
3. (**) Calcular el número primo más próximo a 240 que al dividirlo entre 11 se obtenga de resto 2.
4. (*) Construir la lista de los números de dos dígitos predecesores de 31_4 en la base 4.
5. (**) Calcular $600201_9 - 388807_9$.
6. (**) Calcular $600201_9 \times 388807_9$.
7. (***) Sabiendo que $11111111 = 1234567 \times 9 + 8$, calcular el cociente y el resto de dividir 11111111 entre 9.
8. (**) Sabiendo que $123456789 = 11 \times 11223344 + 5$, calcular el cociente y el resto de dividir 1234567899 entre 110.
9. (***) Tenemos una cantidad de monedas desconocida. Pero las hemos agrupado de 7 en 7 y nos han sobrado 2, las hemos agrupado de 5 en 5 y nos han sobrado 2, y las hemos agrupado de 11 en 11 y no nos han sobrado monedas. Sabiendo que no tenemos mas de 800 monedas ni menos de 700. ¿cuántas monedas tenemos?
10. (**) Tres hermanas, Ana, Bea y Carla, empiezan a jugar a la consola a las 12 de la mañana (juegan los tres contra un mismo oponente cada vez). Si Ana suele ganar cada 8 minutos, Bea gana cada 9 minutos, y Clara cada 12 minutos. ¿Cada cuánto tiempo ganarán las tres a la vez?. Si dejaron de jugar a las 15:30, ¿cuándo ganaron por última vez?
11. (**) Cierta bebida refrescante lleva 9 medidas de agua azucarada que contiene $\frac{4}{5}$ partes de azúcar, 2 partes de miel que contiene $\frac{8}{9}$ partes de azúcar, 2 unidades de lima, y 1 parte de tónica que contiene $\frac{1}{8}$ parte azúcar. Si elaboramos 1 litro de esta bebida, ¿qué cantidad de azúcar tiene?, ¿qué porcentaje de la bebida no contiene azúcares?
12. (**) Cuatro hermanos y un tío lejano tienen que repartirse una herencia, al hermano mayor le corresponden la $\frac{1}{3}$ parte de ésta, al menor las $\frac{2}{5}$ partes, al tío lejano le corresponden 700 euros, y de lo que queda justo la mitad de va a uno de los hermanos y al otro 1001 euros. Sabiendo que hacienda se queda con $\frac{1}{30}$ parte de la herencia. ¿Cuánto dinero le corresponde al hermano mayor? ¿cuál es la proporción entre lo que se lleva el tío lejano y el hermano menor?
13. (*) Si compramos un traje por 80 euros habiendole aplicado un IVA del 21%. ¿Cuánto cuesta el vestido sin IVA?
14. (***) Calcular el menor número natural sabiendo que los cinco números consecutivos a éste sean compuestos.
15. (***) Si un astronauta despegar con destino a Marte el 28 de noviembre, jueves, a las 8:00, y su viaje dura 52290 horas. ¿Qué día de la semana y a qué hora llega a Marte?
16. (***) Sabiendo que el 1 de marzo de 1990 fue Jueves. Y sabiendo que los años múltiplos de 100 que no de 400 no son bisiestos (se denominan *seculares*). ¿Qué día de la semana fue el 1 de marzo del año 1000?, ¿Qué día de la semana fue el 1 de marzo del año 2990?
17. (***) Calcular, si existen, los números de la forma $97x50y1$ que al dividirlos entre 6 dan de resto 5, y son múltiplos de 11.
18. (***) Calcular, si existen, los números de la forma $456x00y$ que son múltiplos de 7 y al dividirlos por 9 dan resto 4.

19. (***) Calcular, si existen, los números de la forma $123yx32$ que son múltiplos de 6 y al dividirlos por 9 dan resto 4.
20. (***) Calcular, si existen, los números capicúas de 5 dígitos que son múltiplos de 5, 6 y 7.
21. (***) Dar dos ejemplos de 3 números naturales consecutivos los cuales al agruparlos de 7 en 7 sobran 4. Indicar la forma general de escribir dichos números. Demostrar que la suma de 3 números consecutivos de dicha forma es múltiplo de 3.
22. (***) Dar dos ejemplos de 4 números naturales consecutivos los cuales al agruparlos de 5 en 5 sobra 1. Indicar la forma general de escribir dichos números. Demostrar que si tomas 4 números consecutivos de dicha forma hay exactamente uno múltiplo de 4, uno múltiplo de 3, y uno múltiplo de 2 (y no de 4).
23. (***) Demostrar que el producto de 4 números consecutivos múltiplos de 7 es múltiplo de $7^4 \times 4 \times 3 \times 2$.
24. (***) Tenemos 3 relojes defectuosos en una relojería. El primero de ellos retrasa 1 segundo cada 125 s, el segundo retrasa 2 cada 157 s, mientras que el tercero se adelanta 1 segundo cada 309 s. Si los tres relojes se ponen en hora a las 00:00. ¿Cuántas veces al día funcionan mal a la vez? Si entramos a la relojería a las 17:00, ¿cuánto tiempo debemos esperar para que fallen simultáneamente?
25. (*) Calcular m.c.d.(3179, 2057).
26. (*) Sabemos que determinado tipo de seta florece cada 13 años, y cada 17 años surgen unos saltamontes que se comen la mitad de las setas cuando ambos coinciden. ¿Cuántos años tienen que pasar para que el porcentaje de setas que florecen sea menos del 15% de las que había en un principio?
27. (*) Calcular m.c.d.(17017, 31603, 9061).
28. (***) Si hoy una madre tiene el triple de la edad de su hijo, y pasados tres años la suma de sus edades es de 50 años. ¿Cuántos han de pasar para que la edad de la madre sea el doble que la del hijo?
29. (*) Indica qué porcentaje de la figuras que están pintadas de gris.



30. (***) Si un astronauta llegó a Marte el miércoles, 4 de diciembre, a las 20:00, y su viaje duró 26290 horas. ¿Qué día de la semana y a qué hora salió de la tierra?
31. (*) Dos amigos compiten en una carrera de karts. Si el primero de ellos da una vuelta cada 22 minutos. Y el segundo cada 30 minutos, y cada vuelta tiene 25 Km. ¿Cuántos Km habrá recorrido el más lento cuando coincide con su amigo durante la carrera por segunda vez?
32. (*) Calcular m.c.m.(12121, 10013).
33. (***) En la elaboración de un cuadro empleamos únicamente los colores rojo y amarillo. Teniendo en cuenta que tenemos 4 mezclas donde en la primera $3/4$ partes son rojo, la segunda contiene la mitad de amarillo que la primera, que la tercera contiene $2/3$ de rojo de la segunda y que la cuarta es amarillo. ¿Qué color predominará en el cuadro? Si para realizar la tercera mezcla empleé 4 gr. de amarillo y utilicé todas las mezclas, ¿Cuánto rojo necesitaré para pintar el cuadro?
34. (***) Marcos compró una consola PS3 hace 5 años por 350 euros, y 10 juegos por 40 euros cada uno. Si cada año que pasa la consola se devalúa un 20%, y cada juego un 10%. Sabiendo que la nueva consola PS4 cuesta 400 euros, y cada juego 45 euros. ¿Cuánto ¿debe pagar tras vender la consola antigua y los juegos para comprar la nueva y 3 juegos?

35. (*) Qué cantidad es mayor:

$$A = \frac{33334}{99999}, \quad \text{o} \quad B = \frac{14116}{42345}.$$

36. (*) Qué cantidad es menor:

$$A = \frac{888887}{444444}, \quad \text{o} \quad B = \frac{1333331}{666666}.$$

37. (**) Describe el conjunto de números enteros que satisface la desigualdad:

$$x(x - 1) < 2x$$

38. (**) Describe el conjunto de números enteros que satisface la desigualdad:

$$x + \frac{1}{2} > 3\frac{x}{2} + \frac{1}{4}.$$

39. (***) Completa la siguiente desigualdad para que sea cierta:

$$x(x - 1) > 2x^2 \quad \text{es equivalente a que} \quad x > -1 \quad \text{si} \dots$$

40. Ana empezó a trabajar en una empresa en el 2007. Si en el 2008 le redujeron el salario un 3%, en el 2009 se lo redujeron un 5%, y en el 2010 se lo aumentaron un 9%. ¿Gana más que cuando entró?. Si en el 2010 ganó 1420 euros, ¿cuánto ganaba en 2008?

41. Luis dejó de trabajar en una empresa a finales del 2013. Si respecto al año anterior tuvo una bajada del salario del 5%, y este respecto al anterior tuvo una subida del 5%. ¿Ganaba más que cuando entró?. Si en el 2010 ganó 1420 euros, ¿cuánto ganó en 2013?

42. Dos ciclistas salen simultáneamente de Madrid y Barcelona yendo el primero a doble velocidad que el segundo, si estos quedan en una ciudad intermedia que está en las 3/4 partes del recorrido del primero. ¿Quién llegará primero?

43. Tres hermanos se reparten unas ganancias de 400 euros. Sabiendo que el primero recibe el doble que el segundo y que el segundo recibe las 2/3 partes del tercero. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?

44. Escribir como fracción irreducible el número decimal $0'1\overline{2336}$.

45. Escribir como fracción irreducible el número decimal $2'03\overline{9}$.

46. Encontrar, so existen, los valores de x de forma que al escribir como fracción irreducible dicha expresión esta sea periódica pura.

$$\frac{3 - 1'10\overline{x2}}{2'1 + 0'\overline{7}}.$$

Obtener la expresión como fracción irreducible para $x = 1$ y $x = 8$.

47. Tenemos una bodega con botellas de 3/4 de litro. Decidimos cambiarlas a botellas de 4/7 partes de litro asumiendo que necesitaremos 30 botellas más, ¿Cuántas botellas tenemos?

48. Hemos estando recolectando leña durante el verano para poder pasar parte del invierno calentitos en una cabaña. Recolectamos la suficiente para 60 días pero resultó que necesitamos 20 Kg. menos de lo previsto y nos sobró pasados los 90 días 130 Kg. ¿qué cantidad de leña consumió la chimenea cada día?

49. Completar los recuadros de la siguiente operación en la base 7:

$$3\Box 01\Box 01_{(7)} - 64\Box 6\Box\Box_{(7)} = 20\Box 1156_{(7)}.$$

50. Completar los recuadros de la siguiente operación en la base 14:

$$D0\Box 01\Box 2_{(14)} - 966\Box AA\Box_{(14)} = 3\Box 72\Box 51_{(14)}.$$

E-mail address: rscosa@gmail.com

URL: <http://www.rscosan.com/docencia.html>