Tema 3: Aplicaciones del cáculo integral – Encuesta (se cierra 22:00 4/11)

Longitudes

1. Calcular la longitud de las siguientes funciones:

   (a) $y = \log\left(\frac{1}{t}\right)$, para $\sqrt{3} \le t \le \sqrt{8}$.

   (b) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$, para $1 \le x \le 3$.

   (c) $y = x^2$, para $0 \le x \le 1$.

   (d) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\log x$, para $1 \le x \le 5$.

   (e) $y = \log(\sec x)$, para $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.

   (f) $y = \log(\sin x)$, para $\frac{\pi}{6} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

Volumenes y Áreas laterales:

2. Dibujar la región R limitada por las curvas dadas y hallar el volumen del sólido engendrado al girar R alrededor del eje X.

   (a) $$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

   (b) $$\begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2} \\ y = 0 \end{cases}$$

   (c) $$\begin{cases} y = 1 - |x| \\ y = 0 \end{cases}$$

3. Dibujar la región R limitada por las curvas dadas y hallar el volumen del sólido engendrado al girar R alrededor del eje Y.

   (a) $$\begin{cases} x = \sqrt{9 - y^2} \\ y = 0 \end{cases}$$

   (b) $$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 6 \\ x = 0 \end{cases}$$

4. Calcular:

   (a) El área lateral de la esfera de radio R.

   (b) El área lateral del cono generado al girar $y = x$ alrededor del eje x entre $x = 0$ y $x = 2$.

   (c) El área lateral de la superficie engendrada al girar alrededor del eje x la curva $y = \cos x$ para $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$.

Áreas

5. En cada caso, dibujar la región limitada por las curvas y calcular el área:

   (a) $y = x^2$, $y = x + 2$.

   (b) $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$.

   (c) $y = -\sqrt{x}$, $y = x - 6$, $y = 0$.

   (d) $y = |x|$, $3y - x = 8$.

   (e) $x = |y|$, $x = 2$.

   (f) $x = y^2$, $x = 3 - 2y^2$.

   (g) Área del trapecio de vértices $(-2, 2)$, $(-1, 1)$, $(5, 1)$, $(7, -2)$.

   (h) Calcular c sabiendo que la recta $y = c$ divide a la región del plano limitada por las curvas $y = x^2$ e $y = 4$ en dos partes iguales.

   (i) Área del primer cuadrante limitada por el eje X, la recta $y = \sqrt{3}x$ y la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$.

   (j) Área determinada por la intersección de las curvas $x^2 + y^2 = 4$ y $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

   (k) (a) Calcular el área de la región del primer cuadrante limitada por los ejes coordenados y la gráfica de la parábola $y = 1 + a - ax^2$, $a > 0$.
   (b) Determinar a de manera que el área sea mínima.

   (l) Área de la región del primer cuadrante limitada por las curvas:
   $y = 0$, $y = \frac{1}{3}x^2$, $x^2 + y^2 = 4$.

Soluciones