

UAH-Logo-eps	Departamento de Física y Matemáticas		
	24/10/2016	Matemáticas I	Curso 2016-17
	Apellidos:	Nombre:	Parcial
			Nº:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado descrito en pocas de líneas.

1. Expresa en la base 9 el número $CA73_{(13)}$ indicando el número intermedio en base 10 necesario para completar el cálculo.

Solución: Empleamos el desarrollo de dicho número en base visto en teoría

$$CA73_{(13)} = 3 + 7 \times 13 + 10 \times 13^2 + 12 \times 13^3 = 94 + 13^2 157 = \boxed{28148}.$$

Ahora, para expresarlo en la base 9, dividimos por 9 de forma recurrente de la forma vista en clase obteniendo: $\boxed{42545_{(9)}}$.

Errores frecuentes: poner en la base 10, los símbolos A y C, eso es incorrecto. Cálculo mal hecho en base 10.

2. Encuentra un número natural impar, que tenga exactamente 60 divisores, sea coprimo con el número 105, y 3 primos distintos en su descomposición en factores primos. Describe cómo lo has calculado.

Solución: Si tiene 60 divisores y 3 primos en su descomposición, dado que por ejemplo $60 = 4 \times 3 \times 5$, una solución arbitraria sería

$$\boxed{p^3 \times q^2 \times r^4}, \quad p, q, r \text{ primos impares.}$$

Por otro lado, como $105 = 3 \times 5 \times 7$, luego los primos que usemos no pueden ser ni 3, ni 5, ni 7. Así, una solución válida sería $11^3 \times 13^2 \times 17^4$, pero hay muchas más. Otras opciones de descomposición válidas son: $p \times q^2 \times r^9$, $p \times q^4 \times r^5$, y $p \times q \times r^{14}$.

Error frecuente: Entender que ser coprimo es justo lo contrario de lo que es, no puede contener los primos 3, 5, 7.

3. Calcula el m.c.m.(215303, 220409)

Solución: Basta aplicar primero la identidad $\text{m.c.m.}(a, b) = a \times b / \text{m.c.d.}(a, b)$, y para calcular el m.c.d. el algoritmo de Euclides. Siendo $220409 = 215303 + 5106$, así

$$\text{m.c.d.}(215303, 220409) = \text{m.c.d.}(215303, 5106) = \text{m.c.d.}(215303, 2553) = \text{m.c.d.}(215303, 851),$$

y dado que $215303 = 815 \times 253$, entonces la solución es $\boxed{253 \times 220409}$.

Error frecuente: poner $\text{m.c.m.} = \text{valor}$, es un error de cero. El m.c.m. de varios valores, digamos de a y de b , debe especificar los valores de a y b , o sea, hay que poner $\text{m.c.m.}(a, b)$.

4. Sabiendo que $74481 = 222 \times 333 + 555$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto de dividir 300000 entre 888.

Solución: Sabemos que el divisor de la que nos piden es 888. Tenemos que ver cuál es e divisor que tomaremos en la división inicial, resulta que 888 es 4 veces 222, por tanto esa es nuestra elección. Tomando esa elección nuestra división inicial está inacabada. Así que la acabamos: $555 = 2 \times 222 + 111$. Por tanto, el nuevo cociente es 335, y el resto 111. Ahora, como el divisor que nos piden es 4 veces el original, la división inicial la podemos escribir: $4 \times 74481 = 297924 = 888 \times 335 + 444$, fíjate que $444 = 4 \times 111$. y como el dividendo que me dan tienes 2076 unidades más, tenemos que $300000 = 888 \times 335 + (2076 + 444)$, es decir que está inacabada de nuevo, la acabamos y nos resulta: $\boxed{c = 337, r = 744}$.

5. Encuentra la base b para la cual se tiene $11111_{(7)} = 88_{(b)}$.

Solución: Dado que en la base 10 ambos números son de la forma

$$11111_{(7)} = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 1 + 56 + 49 * 8 = 2801, \quad y \quad 88_{(b)} = 8 + 8b$$

y el primer número no es múltiplo de 8, $\boxed{\text{el problema no tiene solución}}$.

6. Unos amigos fueron a tomar pizza, sabemos que por cada uno que tomó $\frac{1}{3}$ de pizza, el triple tomó el $\frac{1}{5}$ de pizza, y que se tomaron 14 pizzas. Cuántos amigos fueron a comer. **Razona la respuesta.**

Solución: Se trata de una división cuotativa pues la cantidad de pizza que toma cada grupo de personas es fija. Si por cada uno que toma $\frac{1}{3}$ pizza, 3 toman $\frac{1}{5}$ de pizza, entonces (trabajaremos con múltiplos de 15 pues $m.c.m.(3,5)=15$), 15 amigos que toman $\frac{1}{3}$ habrán tomado 5 pizzas, y (el triple) 45 amigos habrán tomado 9 pizzas. Es decir, entre **60 amigos** se habrán tomado 14 pizzas, que es justo la cantidad de pizzas que me da el enunciado.

7. Expresa como fracción irreducible simplificándola al máximo posible:

$$\frac{1}{4} - 3 + \left(2 - \frac{3-7}{5}\right) \div \left(\frac{3}{4} \left(1 + \frac{3}{5}\right) - 1\right) - \frac{11}{12}.$$

Solución: Operaremos primero los parentesis, y dentro de ellos, primero sumas/restas (de números naturales), y luego multiplicaciones/divisiones. Quedando tras simplificar **$\frac{31}{3}$** .

8. Cuántos divisores tiene el número 111375. De todos sus divisores, escribe los que son múltiplos de 165.

Solución: Dado que $111375 = 3^4 \times 5^3 \times 11$, el número tiene **40 divisores**, y de estos los que son múltiplos de 165, son

$$165 * \{1, 3, 5, 9, 15, 25, 27, 45, 75, 135, 225, 675\}.$$

El listado interior son los divisores del número $111375/165 = 3^3 \times 5^2$.

9. Escribir los números primos entre el 260 y el 300.

Solución: Aplicando la criba de Eratostenes, se tiene que son: **263, 269, 271, 277, 281, 283, 293**.

10. Completa los recuadros en la siguiente suma de dos números en base 11.

$$\begin{array}{r} 5 \quad \square \quad 2 \quad 6 \quad \square \quad (11 \\ + \quad \square \quad 2 \quad \square \quad 3 \quad 4 \quad (11 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \quad \square \quad 1 \quad (11 \end{array}$$

Solución: $59268_{(11)} + 82234_{(11)} = 1304A1_{(11)}$.

UAH-Logo-eps	Departamento de Física y Matemáticas		
	24/10/2016	Matemáticas I	Curso 2016-17
	Apellidos:		Nombre:
			Parcial
			Nº:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado descrito en pocas de líneas.

1. Sabiendo que $74481 = 222 \times 333 + 555$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto de dividir 300000 entre 1332.

Solución: Sabemos que el divisor de la que nos piden es 1332. Tenemos que ver cuál es el divisor que tomaremos en la división inicial, resulta que 1332 es 4 veces 333 (también puede realizarse con el 222), por tanto esa es nuestra elección. Tomando esa elección nuestra división inicial está inacabada. Así que la acabamos: $555 = 1 \times 333 + 222$. Por tanto, el nuevo cociente es 223, y el resto 222. Ahora, como el divisor que nos piden es 4 veces el original, la división inicial la podemos escribir: $4 \times 74481 = 297924 = 1332 \times 223 + 888$, fíjate que $888 = 4 \times 222$. y como el dividendo que me dan tienes 2076 unidades más, tenemos que $300000 = 1332 \times 223 + (2076 + 888)$, es decir que está inacabada de nuevo, la acabamos y nos resulta: $c = 225, r = 300$.

2. Encuentra un número natural par, que tenga exactamente 60 divisores, sea coprimo con el número 21, y contenga 3 primos distintos en su descomposición en factores primos. Describe cómo lo has calculado.

Solución: Análogo al del otro modelo.

3. Encuentra, si es posible, la base b para la cual se tiene $11111_8 = 99_b$.

Solución: Análogo al del otro modelo. No tiene solución, pues $11111_8 = 4681$ no es múltiplo de 9.

4. Expresa en la base 11 el número $CA73_{13}$ indicando el número intermedio en base 10 necesario para completar el cálculo.

Solución: Análogo al del otro modelo, de hecho

$$CA73_{13} = 28148 = 1A16A_{11}$$

5. Completa los recuadros en la siguiente suma de dos números en base 12.

$$\begin{array}{r}
 5 \quad \square \quad 2 \quad 6 \quad \square \quad (12) \\
 + \quad \square \quad 2 \quad \square \quad 3 \quad 4 \quad (12) \\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \quad \square \quad 1 \quad (12)
 \end{array}$$

Solución: $5A269_{12} + 92234_{12} = 1304A1_{12}$.

6. Unos amigos fueron a tomar pizza, sabemos que por cada uno que tomó $1/4$ de pizza, el triple tomó el $1/3$ de pizza, y que se tomaron 35 pizzas. Cuántos amigos fueron a comer. **Razona la respuesta.**

Solución: Se trata de una división cuotativa pues la cantidad de pizza que toma cada grupo de personas es fija. Si por cada uno que toma $1/4$ pizza, 3 toman $1/3$ de pizza, entonces (trabajaremos con múltiplos de 12 pues $m.c.m.(3,4)=12$), 12 amigos que toman $1/4$ habrán tomado 3 pizzas, y (el triple) 36 amigos habrán tomado 12 pizzas. Es decir, entre 48 amigos se habrán tomado 15 pizzas, entonces $\boxed{112 \text{ amigos}}$ se tomaron las 35 pizzas.

7. Expresa como fracción irreducible simplificándola al máximo posible:

$$\frac{1}{4} - \frac{11}{12} + \left(\frac{3}{4} \left(1 + \frac{3}{5} \right) - 1 \right) \div \left(2 - \frac{3-7}{5} \right) - 3.$$

Solución: Explicación análoga en el otro modelo, en este caso $\boxed{-151/42}$.

8. Cuántos divisores tiene el número 111375. De todos sus divisores, escribe los que son múltiplos de 99.

Solución: Dado que $111375 = 3^4 \times 5^3 \times 11$, el número tiene $\boxed{40 \text{ divisores}}$, y de estos los que son múltiplos de 99, son

$$\boxed{99 \cdot \{1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 125, 225, 375, 1125\}}.$$

El listado interior son los divisores del número $111375/99 = 3^2 \times 5^3$.

9. Escribir los números primos entre el 280 y el 320.

Solución: 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317.

10. Calcula el m.c.m.(220409,215303)

Solución: Idéntico al del otro modelo.

Todos los apartados tienen la misma calificación. Tiempo: 100 minutos