Práctica 2.2– Encuesta (se cierra 22:00 21/10)

1. Demuestra que entre tres impares consecutivos siempre hay exactamente uno que es múltiplo de 3.

2. Demuestra que la suma de tres números pares consecutivos es un múltiplo de 6.

3. Calcula, en función de a, $\mathrm{mcd}(a, a+3)$ sin aplicar ningún algoritmo, sólo la definición de máximo común divisor.

   ¿Qué valores puede tomar $\mathrm{mcd}(a, a+6)$?

4. Determina todas las parejas de enteros positivos cuyo máximo común divisor es 14 y cuyo mínimo común múltiplo es 2310.

5. Se dice que dos enteros a y b son *coprimos* o *primos entre sí* si $\mathrm{mcd}(a, b) = 1$. Encuentra todos los enteros de dos cifras y mayores que 60 que sean coprimos con 15.

6. Calcula $\mathrm{mcd}(1287, 975)$ y $\mathrm{mcd}(10241, 6370, 7497)$ utilizando los dos algoritmos: la descomposición en factores primos y el algoritmo de Euclides.

7. Encuentra todos los números impares que sean divisores comunes de los números 19800, 41140 y 83600.

8. Calcula el mínimo común múltiplo de 851 y 943.

9. En el contorno de un campo trapezoidal cuyos lados miden 72, 96, 120 y 132 m., respectivamente, se han plantado árboles igualmente espaciados. Calcula el número de árboles plantados, sabiendo que hay uno en cada vértice y que la distancia entre dos consecutivos es la máxima posible.

10. Un faro emite señales diferentes: la primera cada 18 seg., la segunda cada 50 seg. y la tercera cada 2 minutos 50 seg. Estas señales coinciden a las 0:00 horas.

    a) ¿Cuántas veces coinciden durante un día completo?

    b) Si llego a las 21 h, ¿en qué momento las veo coincidir por primera vez?

11. Dos personas empiezan a correr a la vez en un circuito de 1 km. de largo. La primera tarda en cada vuelta 3 min. 41 seg., y la segunda 5 min. 23 seg. ¿Qué distancia ha recorrido la más rápida cuando vuelven a coincidir en la salida?

12. Tenemos una habitación rectangular, de 4’75 m. de largo y 3’23 m. de ancho. Queremos poner un suelo de baldosas cuadradas, y queremos hacerlo sin tener que partir ninguna y utilizando baldosas tan grandes como sea posible.

    a) ¿De qué tamaño serían las baldosas?

    b) ¿Cuántas baldosas tendrías que encargar?

13. Me dieron un saco lleno de monedas de 1 euro, y me dijeron que si lo repartía entre 6 me sobrarían 2, si lo repartía entre 8 me sobrarían 2 y si lo repartía entre 15 me sobrarían también 2. Si además sabemos que tenía más de 500 euros pero menos de 1000, ¿cuántas monedas podía haber en el saco?

14. En este problema vamos a comprobar que se puede construir un conjunto de enteros consecutivos, tan grande como queramos, y que no contenga ningún número primo. Utilizaremos lo que se conoce como *factorial de* n, denotado $n!$, y que se define como

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times 3 \times 2 \times 1.$$

Por ejemplo, $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.

Demuestra que los números $n! + 2$, $n! + 3$, $\ldots$, $n! + n$ son todos compuestos.

Escribe explícitamente una lista de 10 números consecutivos compuestos.