1. Escriba en término de escalones a la derecha las siguientes seãles, simplificando la expresión:

   (a)
$$x(t) = \begin{cases} -t & , t < -1 \\ 1-t & , -1 < t < 0 \\ t^2 & , 0 < t < 1 \\ 1 & , t > 1 \end{cases}$$

   (b) $x(t) = |t^2 - 4|$, $-6 < t < 6$, $t \neq 2$, $t \neq -2$

   (c) $x(t) = \text{Par}\{|t-1|\}$, $-2 < t < 2$, $t \neq 1$, $t \neq -1$

   (d)
$$x(t) = \begin{cases} 0 & , t < -\pi \\ -\sin t & , -\pi < t < 0 \\ \sin t & , 0 < t < \pi \\ 0 & , t > \pi \end{cases}$$

   (e)
$$x(t) = \begin{cases} 1-t^2 & , t < -1 \\ 0 & , -1 < t < 1 \\ t^2-1 & , t > 1 \end{cases}$$

   Solución: (a) $x(t) = -t + \mathtt{u}(t+1) + (t^2+t-1)\mathtt{u}(t) + (1-t^2)\mathtt{u}(t-1)$, (b) $x(t) = (t^2-4)\mathtt{u}(t+6) + (8-2t^2)\mathtt{u}(t+2) + (2t^2-8)\mathtt{u}(t-2) + (4-t^2)\mathtt{u}(t-6)$, (c) $x(t) = (-t)\mathtt{u}(t+2) + (1+t)\mathtt{u}(t+1) + (t-1)\mathtt{u}(t-1) + (-t)\mathtt{u}(t-2)$, (d) $x(t) = (-\sin t)\mathtt{u}(t+\pi) + 2\sin(t)\mathtt{u}(t) + (-\sin(t))\mathtt{u}(t-\pi)$, (e) $x(t) = (1-t^2) + (t^2-1)\mathtt{u}(t+1) + (t^2-1)\mathtt{u}(t-1)$

2. Escriba $x(t)$ en forma explícita:

   (a) $x(t) = -t\,\mathtt{u}(-t) + (t-1)\mathtt{u}(t-1) + \mathtt{u}(t-2)$

   (b) $x(t) = \mathtt{u}(-1-t) - t\,\mathtt{u}(t+1) + \mathtt{u}(t-1)$

   (c) $x(t) = \text{Par}\left\{\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\left(\mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t - \frac{\pi}{2})\right)\right\}$, $\quad -\pi < t < \pi$

   (d) $x(t) = \cos(t)\left(\mathtt{u}(t+2\pi) - \mathtt{u}(t+\pi) + \mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t-\pi)\right)$, $-2\pi < t < 2\pi$

   Solución: (a) $x(t) = \begin{cases} -t & , t < 0 \\ 0 & , 0 < t < 1 \\ t-1 & , 1 < t < 2 \\ t & , 2 < t \end{cases}$, (b) $x(t) = \begin{cases} 1 & , t < -1 \\ -t & , -1 < t < 1 \\ 1-t & , 1 < t \end{cases}$, (c) $x(t) = \begin{cases} 0 & , -\pi < t < -\frac{\pi}{2} \\ -\frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} & , -\frac{\pi}{2} < t < 0 \\ \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} & , 0 < t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \frac{\pi}{2} < t < \pi \end{cases}$, (d) $x(t) = \begin{cases} \cos(t) & , -2\pi < t < -\pi \\ 0 & , -\pi < t < 0 \\ \cos(t) & , 0 < t < \pi \\ 0 & , \pi < t < 2\pi \end{cases}$

3. Calcule el período de las señales periódicas:

$$(a) \quad x(t) = \sin^2\left(\frac{2t}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{6t}{5}\right)$$

$$(b) \quad x(t) = 1 - \cos^3 t$$

$$(c) \quad x(t) = 3\cos(2t)\cos^2(3t)$$

Solución: (a) $T = 15\pi$, (b) $T = 2\pi$, (c) $T = \pi$.

4. Halle la expresión de las siguientes señales en el intervalo $(-T/2, T/2)$ teniendo en cuenta que son señales periódias de período fundamental T:

(a) $x(t) = |2t - 18|$, $8 < t < 10$

(b) $x(t) = \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 2\cos\left(\frac{16\pi}{3}t\right)\right)\sin(\pi t)$.

(c) $x(t) = 2 + 3\sin(2t), \quad -\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$

(d) $x(t) = 3 + 2\cos(3t), \quad -\frac{\pi}{2} < t < \pi$

(e) $x(t) = \text{Par}\left\{(t - \frac{\pi}{2})(\mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t - \frac{\pi}{2})\right\}, \quad -\pi < t < \pi$

(f) $x(t) = \text{Par}\{(t - \pi)(\mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t - \pi)\}, \quad -2\pi < t < 2\pi$

(g) $x(t) = \text{Par}\{|t - 1|\}, \quad -2 < t < 2$

(h) $x(t) = \text{Impar}\{|t - 1|\}, \quad -2 < t < 2$

(i) $x(t) = |\cos(3t)|, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \pi$

(j) $x(t) = \cos t\,(\mathtt{u}(t + 2\pi) - \mathtt{u}(t + \pi) + \mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t - \pi)), \quad -2\pi < t < 2\pi$

(k) $x(t) = \cos^3(9t), \quad -\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$

(l) $x(t) = \mathtt{u}(t), \quad -1 < t < 1$

(m) $x(t) = |\sin t|, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$

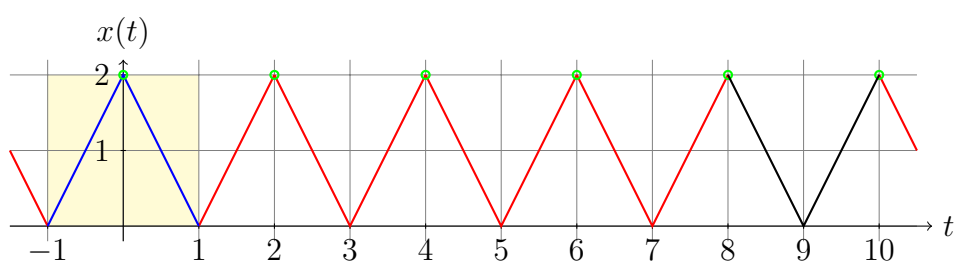
(n) $x(t) = \sin t, \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$

(o) $x(t) = \sin t, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}$

(p) $x(t) = \sin t\left(\mathtt{u}(t - \frac{\pi}{2}) - \mathtt{u}(t - \pi)\right), \quad \frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$

(q) $x(t) = \sin t, \quad 4\pi < t < 12\pi$.

Solución: (a)



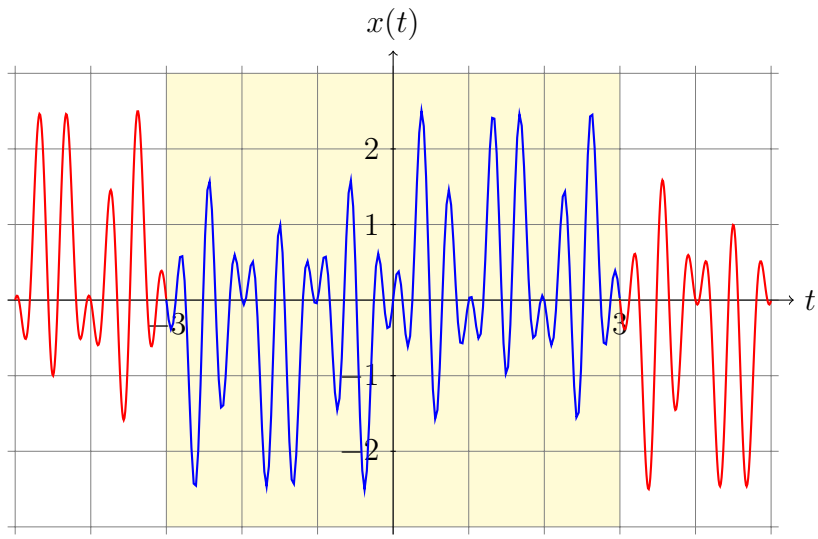
Dado que $T = 2$, se tiene que el intervalo pedido es $(-1, 1)$ y la señal en ese intervalo es

$$x(t) = \begin{cases} 2 + 2t & -1 < t < 0 \\ 2 - 2t & 0 < t < 1 \end{cases}$$

que es equivalente a escribir

$$x(t) = (2 - 2t)(\mathtt{u}(t) - \mathtt{u}(t-1)) + (2 + 2t)(\mathtt{u}(t+1) - \mathtt{u}(t)), \qquad t \in (-T/2, T/2).$$

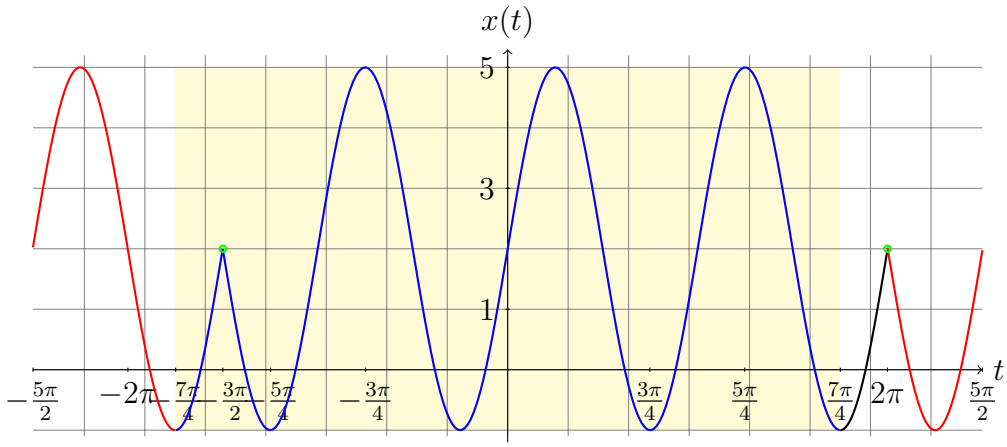
(b) Dado que $\cos(2\pi x/3)$ tiene período 3, la función $\cos(16\pi x/3)$ tiene período $3/8$ y la función $\sin(\pi x)$ tiene función 2. Por eso, esta función tiene período 6. Con todo eso su gráfica es:



Dado que $T = 6$, se tiene que el intervalo pedido es $(-3, 3)$ y la señal en ese intervalo viene dada por

$$x(t) = (\cos(\tfrac{2\pi}{3}\, t) + 2\cos(\tfrac{16\pi}{3}\, t))\sin(\pi t), \quad -3 < t < 3.$$

(c) En este caso el período es π, y dado que el intervalo de definición es $7\pi/2$, de ahí que $T = 7\pi/2$.



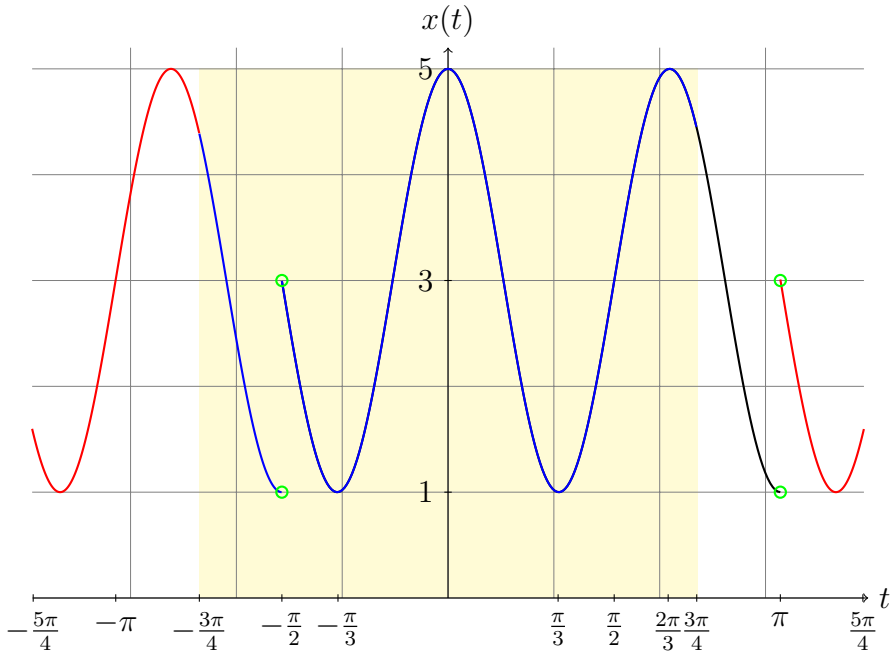
Teniendo en cuenta dicha representación, la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} 2 + 3\sin(2(t+T)) = 2 - 3\sin(2t) & -\frac{7\pi}{4} < t < -\frac{3\pi}{2} \\ 2 + 3\sin(2t) & -\frac{3\pi}{2} < t < \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

que es equivalente a escribir que para $t \in (-T/2, T/2)$

$$\begin{aligned} x(t) &= (2 - 3\sin(2t))(\mathtt{u}(t + 7\pi/4) - \mathtt{u}(t + 3\pi/2)) \\ &\quad + (2 + 3\sin(2t))(\mathtt{u}(t + 3\pi/2) - \mathtt{u}(t - 7\pi/4)). \end{aligned}$$

(d) De una forma análoga a la anterior, se obtiene la siguiente gráfica de la señal correspondiente, siendo $T = 3\pi/2$,



Teniendo en cuenta dicha representación, la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} 3 + 2\cos(3(t+T)) = 3 - 2\sin(3t) & -\frac{3\pi}{4} < t < -\frac{\pi}{2} \\ 3 + 2\cos(3t) & -\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

que es equivalente a escribir que para $t \in (-T/2, T/2)$

$$\begin{aligned} x(t) &= (3 - 2\sin(3t))(\mathtt{u}(t + 3\pi/4) - \mathtt{u}(t + \pi/2)) \\ &\quad + (3 + 2\cos(3t))(\mathtt{u}(t + \pi/2) - \mathtt{u}(t - 3\pi/4)). \end{aligned}$$

(e) Este es el problema 2 (c) que tiene período $T = 2\pi$.

(f) Es análogo al anterior, que tiene $T = 4\pi$, y resulta que en $(-T/2, T/2)$ es:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & -2\pi < t < \pi \\ \frac{1}{2}(t + \pi) & -\pi < t < 0 \\ \frac{1}{2}(t - \pi) & 0 < t < \pi \\ 0 & \pi < t < 2\pi. \end{cases}$$

que es equivalente a escribir que para $t \in (-T/2, T/2)$

$$x(t) = (t + \pi)/2\,\mathtt{u}(t + \pi) - \pi\mathtt{u}(t) + (\pi - t)/2\,\mathtt{u}(t - \pi).$$

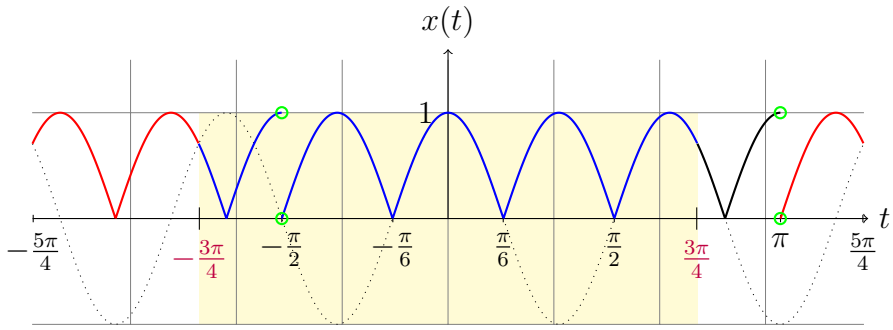
(g) Es el problema 1(c), siendo $T = 4$ y en (-T/2,T/2) se tiene:

$$x(t) = \begin{cases} -t & -2 < t < -1 \\ 1 & -1 < t < 1 \\ t & 1 < t < 2. \end{cases}$$

(h) Siguiendo las ideas del problema 4 (g), se tiene que $T = 4$ y la solución es:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -2 < t < -1 \\ -t & -1 < t < 1 \\ -1 & 1 < t < 2. \end{cases}$$

(i) `[CORREGIDA]` Se obtiene la siguiente gráfica de la señal correspondiente, siendo $T = \pi/3$, pero dado que la longitud del intervalo es $L = 3\pi/2$ (no es múltiplo de T) se tiene que el período de la señal es $3\pi/2$.



`La linea punteada es la función` $\cos(3t)$ `por si sirve de ayuda.`
Teniendo en cuenta dicha representación, la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} -\sin(3t) & -\frac{3\pi}{4} < t < -\frac{2\pi}{3} \\ \sin(3t) & -\frac{2\pi}{3} < t < -\frac{\pi}{2} \\ -\cos(3t) & -\frac{\pi}{2} < t < -\frac{\pi}{6} \\ \cos(3t) & -\frac{\pi}{6} < t < \frac{\pi}{6} \\ -\cos(3t) & \frac{\pi}{6} < t < \frac{\pi}{2} \\ \cos(3t) & \frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

(j) El resto de problemas se darán solo las respuesta como función definida a trozos. En este caso el período es $T = 2\pi$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} 0 & -\pi < t < 0 \\ \cos t & 0 < t < \pi \end{cases}$$

(k) En este caso el período es $T = 7\pi/2$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} \frac{3}{4}\sin 9t - \frac{1}{4}\sin 27t & -\frac{7\pi}{4} < t < -\frac{3\pi}{2} \\ \frac{3}{4}\cos 9t + \frac{1}{4}\cos 27t & -\frac{3\pi}{2} < t < \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

(l) En este caso el período es $T = 2$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} 0 & -1 < t < 0 \\ 1 & 0 < t < 1 \end{cases}$$

(m) En este caso el período es $T = \pi$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} -\sin t & -\frac{\pi}{2} < t < 0 \\ \sin t & 0 < t < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(n) En este caso el período es $T = \pi$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \sin t; \quad -\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}.$$

(o) En este caso el período es $T = \pi/2$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} \cos t & -\frac{\pi}{4} < t < 0 \\ \sin t & 0 < t < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

(p) En este caso el período es $T = \pi$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será

$$x(t) = \begin{cases} -\sin t & -\frac{\pi}{2} < t < 0 \\ 0 & 0 < t < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(q) En este caso el período es $T = 2\pi$. Y la definición de la función en $(-T/2, T/2)$ será $x(t) = \sin t$; $-\pi < t < \pi$.