Práctica 3.4 `Problemas de proporcionalidad y porcentajes` – Encuesta

1. © Una lámina metálica de 80 cm de largo y 60 de ancho se calienta de tal forma que la longitud de sus lados aumenta el 5%. ¿Cuánto aumenta su superficie? ¿Cuál es el porcentaje de aumento de la superficie?

   Sol: El ancho cambia de a a $a_1 = 1,05a$, y el largo cambia de l a $l_1 = 1,05l$, por tanto la nueva superficie es $A_1 = a_1 l_1 = 1,1025A$ es decir el área aumenta en un $10,25\%$, la superficie aumenta en $0.1025 * 80 * 60 = 12\ cm^2$.

2. © Tenemos un vaso en forma de cilindro, y diseñamos otro aumentando el radio un 10% y disminuyendo la altura también un 10%. ¿Cómo cambia el volumen?

   Sol: Dado que el volumen es $V = \pi R^2 H$ con R el radio de la base y H la altura del ciclindro, si aumenta como dice, entonces $H_1 = 1,1H$, y $R_1 = 1,1R$ por tanto el nuevo volumen será $V_1 = \pi(1,1)^3 R^2 H = 1,331V$. Es decir, aumenta el $33,1\%$.

3. © Las letras del tesoro se emiten al descuento. Esto quiere decir que si compras una letra de 100 €, pagas por ella una cierta cantidad, y al cabo de un año te pagan esa cantidad, el capital, junto con los intereses correspondientes, que hacen un total de 100 €. Si compras una letra a 12 meses por 97 €, y al cabo de un año te dan los 100 €, ¿qué interés anual te están pagando?

   Sol: Si tomamos los 97 €como el 100%, entonces 3 €es el 3,09278% (que es el interés anual)

4. © El precio de un coche nuevo pierde el 20% de su valor por cada año que pasa (es decir, al cabo de 3 años vale el 20% menos que al cabo de 2 años). ¿Cuántos años deben de pasar para que el valor del coche se reduzca a menos de 1/4 de su valor original?

   Sol: Como cada año pierde el 20%, cada año vale el 0,8 del valor anterior, y como 1/4=0,25 y $0,8^6 = 0,262144$ y $0,8^7 = 0,20915$ tienen que pasar 7 años para que valga menos de la 1/4 de su valor inicial.

5. © Si el PIB de un país creciera al 3% anual, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?

   Sol: El PIB del año siguiente será del 1,03 del PIB del año anterior, dado que $1,03^23 = 1,97359$ y $1,03^{24} = 2,03279$, tienen que pasar 24 años.

6. © Cuando se pagaba un IVA del 8%, el precio del corte de pelo en una peluquería era de 10 €(IVA incluido). El 1 de septiembre del 2013 el IVA de las peluquerías subió al 21%, y ahora te cobran 11'30 €, diciéndote que lo único que han hecho ha sido subir el IVA correspondiente. Han actualizado bien el precio?

   Sol: Dado que el precio sin IVA sería de $10/1,08 = 9,25926$ y si le aplicamos el 21% a esta cantidad es $11,2037$ €, el precio se ha actualizado mal, se ha encarecido.

7. © Quiero ingresar hoy en el banco una cantidad de dinero, para garantizar que dentro de 20 años tendré disponibles 30000 €. El banco me garantiza un interés del 5% anual que ingresa cada año en la misma cuenta, y sé que no pagaré impuestos hasta que retire el dinero. En el momento de retirar el dinero, deberé pagar un 16% de impuestos. ¿Cuánto debo ingresar hoy en el banco?

   Sol: Si cada año nos dan el 5% de interés, si llamamos X a la cantidad depositada, trás 20 años entonces pasado ese tiempo tendré $X \times (1,05)^{20}$, dado que pagamos el 16% de impuestos, entonces uno obtiene el 84%, es decir, $0,84 \times X \times (1,05)^{20}$ si esta cantidad es de 30000 €, entonces X es como mínimo $13460,3$ €.

8. ($\star\star$) Ana y Juan son dos trabajadores de una misma empresa. Sabemos que Ana gana el 14% más que lo que gana Juan. Teniendo esto en cuenta, ¿Qué porcentaje menos gana Juan respecto a lo que gana Ana? Expresa el resultado con, al menos, dos cifras decimales.

   Sol: $100 - 87,71 = 12,29 \rightarrow$ Juan gana un $12,29\%$ menos.

9. Tres trabajadores construyen 200 metros de valla en 9 horas. Calcula:
   a) ¿Cuánta valla construyen dos trabajadores en 6 horas?
   b) ¿Cuánto tardan cuatro obreros en construir 80 metros de valla?
   c) ¿Cuántos obreros son necesarios para construir 70 metros de valla en 5 horas?.

   Sol: Si fijamos los trabajadores (T), la relación entre metros de valla construidos (M) y tiempo (H) es inversamente proporcional (el tiempo total de construcción es constante). Si fijamos los metros de valla construidos, la relación número de trabajadores y tiempo es directamente proporcional, y lo mismo sucede si fijamos el número de horas de cada trabajador. Por tanto,

$$
\begin{array}{c|ccccc}
 & T & \rightarrow & M & \rightarrow & H \\
 & 3 & \rightarrow & 200 & \rightarrow & 9 \\
 & 2 & \rightarrow & 200 & \rightarrow & 27/2 \\
a) & 2 & \rightarrow & \mathbf{800/9} & \rightarrow & 6 \\
 & 4 & \rightarrow & 800/9 & \rightarrow & 3 \\
b) & 4 & \rightarrow & 80 & \rightarrow & \mathbf{27/10} \\
 & 4 & \rightarrow & 70 & \rightarrow & 189/80 \\
c) & \mathbf{189/100} & \rightarrow & 70 & \rightarrow & 5
\end{array}
$$

   Es decir, que el apartado a) son **88,88m**, el b) son **2,7 h**, y el c) son **2 trabajadores**. .