

1. Calcule los siguientes límites:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n + 1}}{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n + 1}} \right)^{\sqrt{n+1}}$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3n^2 - 2n + 2}{\sqrt{n^7 + 2n^5 + n^4 + 3n^2 + 1}}$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{2n^2 - 1}}{2n + 1}$$

2. Estudie la convergencia de las siguientes series empleando los diferentes criterios vistos en clase:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^n,$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{n+1} \right)^2,$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{n^2 + 1} \right)^n,$$

$$(g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n}},$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{n^2 + 1} \right)^{n^2},$$

$$(h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(n+1)(n+2)(n+3)},$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cos \frac{1}{n^2},$$

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{3n^2 + n} \right)^n,$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!},$$

$$(j) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{2n^2(n+1)^2}.$$

3. Sea α un número real, $\alpha \geq 1$. Estudie, según los valores de α , el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha n - 1}{3n + 1} \right)^{n^2}.$$

4. Analice, según los valores del parámetro real a , el carácter de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + a^n}{3^n}.$$

5. Indique si la siguiente igualdad es correcta o no lo es:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\pi^n + 3e^n}{5^n} = 3 \frac{\pi}{5 - \pi} + 2 \frac{e}{5 - e}.$$