

## Longitudes

1. Calcular la longitud de las siguientes funciones:

(a)  $y = \log\left(\frac{1}{t}\right)$ , para  $\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{8}$ .

(d)  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \log x$ , para  $1 \leq x \leq 5$ .

(b)  $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ , para  $1 \leq x \leq 3$ .

(e)  $y = \log(\sec x)$ , para  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ .

(c)  $y = x^2$ , para  $0 \leq x \leq 1$ .

(f)  $y = \log(\sin x)$ , para  $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

## Volumenes y Áreas laterales:

2. Dibujar la región  $R$  limitada por las curvas dadas y hallar el volumen del sólido engendrado al girar  $R$  alrededor del eje  $X$ .

(a)

$$\begin{cases} y = \sin x \\ y = 0 \\ x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2} \\ y = 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} y = 1 - |x| \\ y = 0 \end{cases}$$

3. Dibujar la región  $R$  limitada por las curvas dadas y hallar el volumen del sólido engendrado al girar  $R$  alrededor del eje  $Y$ .

(a)

$$\begin{cases} x = \sqrt{9 - y^2} \\ y = 0 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 6 \\ x = 0 \end{cases}$$

4. Calcular:

(a) El área lateral de la esfera de radio  $R$ .

(b) El área lateral del cono generado al girar  $y = x$  alrededor del eje  $x$  entre  $x = 0$  y  $x = 2$ .

(c) El área lateral de la superficie engendrada al girar alrededor del eje  $x$  la curva  $y = \cos x$  para  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

## Áreas

5. En cada caso, dibujar la región limitada por las curvas y calcular el área:

(a)  $y = x^2$ ,  $y = x + 2$ .

(b)  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^3$ .

(c)  $y = -\sqrt{x}$ ,  $y = x - 6$ ,  $y = 0$ .

(d)  $y = |x|$ ,  $3y - x = 8$ .

(e)  $x = |y|$ ,  $x = 2$ .

(f)  $x = y^2$ ,  $x = 3 - 2y^2$ .

(g) Área del trapecio de vértices  $(-2, 2)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(5, 1)$ ,  $(7, -2)$ .

(h) Calcular  $c$  sabiendo que la recta  $y = c$  divide a la región del plano limitada por las curvas  $y = x^2$  e  $y = 4$  en dos partes iguales.

(i) Área del primer cuadrante limitada por el eje  $X$ , la recta  $y = \sqrt{3}x$  y la circunferencia  $x^2 + y^2 = 4$ .

(j) Área determinada por la intersección de las curvas  $x^2 + y^2 = 4$  y  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ .

(k) (a) Calcular el área de la región del primer cuadrante limitada por los ejes coordenados y la gráfica de la parábola  $y = 1 + a - ax^2$ ,  $a > 0$ .

(b) Determinar  $a$  de manera que el área sea mínima.

(l) Área de la región del primer cuadrante limitada por las curvas:  
 $y = 0$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ .

## Soluciones