

1. Calcular la integral definida  $\int_a^b f(x)dx$  de de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^3 + x}$ ,  $a = 1$ ,  $b = 3$ .

(b)  $f(x) = \frac{x^4}{(x^2 - 1)(x - 1)}$ ,  $a = 2$ ,  $b = 4$ .

(c)  $f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x + 1)}$ ,  $a = 0$ ,  $b = 3$ .

(d)  $f(x) = \frac{x^2 - 6x}{(x^2 - 4x + 4)(x^2 + 6x + 9)}$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$

(e)  $f(x) = \frac{x^3}{(x - 1)^3(x^2 - 9)}$ ,  $a = -2$ ,  $b = -1$

(f)  $f(x) = \frac{x^4}{(x^2 - 1)^2}$ ,  $a = -3$ ,  $b = -2$

2. Calcular la integral definida  $\int_a^b f(x)dx$  de de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \cos(3x) \cos(7x)$ ,  $a = 0$ ,  $b = \pi$ .      (c)  $f(x) = \frac{1}{\cosh^3(3x)}$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

(b)  $f(x) = \sinh^3(3x)$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ .      (d)  $f(x) = \tan(2x) \tan(6x)$ ,  $a = 0$ ,  $b = \pi$ .

3. Calcular la integral indefinida de de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \frac{\sin x}{3 - 2 \cos x}$       (c)  $f(x) = \frac{\cos 2x + \sin 2x}{3 \cos 2x - \sin 2x}$       (e)  $f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}$

(b)  $f(x) = \frac{\cos x \sin x}{2 \cos x - 3 \sin x}$       (d)  $f(x) = \frac{\sin(x/2)}{1 - \cos(x/2)}$       (f)  $f(x) = \frac{\cos x \sin 2x}{\cos 2x \sin x}$

4. Calcular integrando por partes la integral indefinida de de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = x^2 \log x$       (d)  $f(x) = e^{3x} \log x$       (g)  $f(x) = \cos^3 x \sin x$   
 (b)  $f(y) = e^x \sin^2(x)$       (e)  $f(y) = e^{2x} \cos^3(x)$       (h)  $f(y) = \cos^2 x \sin^4 x$   
 (c)  $f(x) = x \operatorname{arcsinh}(x)$       (f)  $f(x) = \cos^4 x \sin^5 x$       (i)  $f(x) = x^2 \arccos x$

5. Calcular la integral indefinida de de las siguientes funciones:

(a)  $f(z) = x \sec^2(x^2)$       (c)  $f(z) = (z^5 + 4z^2)(z^3 + 1)^{12}$       (e)  $f(x) = \frac{1}{(1 + \sqrt{x})^3}$

(b)  $f(t) = \frac{t^3}{(4 - 2t^4)^{11}}$       (d)  $f(x) = \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{\sin x + 1}}$       (f)  $f(x) = \frac{2x^3 + 3x}{(3x^4 + 9x^2)^5}$

6. Calcular las integrales definidas siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_0^3 x^3 \sqrt{9+x^2} dx & \text{(c)} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{28-12x-x^2}} dx & \text{(e)} \int_{-1}^0 \frac{1}{(x-2)\sqrt{x+2}} dx \\ \text{(b)} \int_0^3 x \sqrt{25-x^2} dx & \text{(d)} \int_0^a \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2+a^2}} dx & \text{(f)} \int_{-a}^0 \frac{x}{x^4+a^4} dx \end{array}$$

7. Calcular las integrales definidas siguientes:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_{\log 2}^{\log 6} e^{-x} dx & \text{(c)} \int_0^2 \frac{d^3}{dx^3} (x^2 + 3x - 1) dx & \text{(e)} \int_1^3 \frac{y^{1/3} + y^{1/2}}{y} dy \\ \text{(b)} \int_1^3 x \frac{x}{x+2} dx & \text{(d)} \int_0^{\pi/4} \sec^2 x dx & \text{(f)} \int_3^{-2} (-4) dx \end{array}$$

8. (a) Si

$$\int_1^4 (f-g)(x) dx = 10, \quad \int_4^1 (f+g)(x) dx = 3, \quad \text{y} \quad \int_0^4 g(x) dx = 5.$$

¿cuánto vale  $\int_0^1 g(x) dx$ ?

(b) Si

$$\int_1^8 g(x) dx = 4, \quad \int_6^1 2g(x) dx = 6, \quad \text{y} \quad \int_2^8 g(x) dx = 5.$$

¿cuánto vale  $\int_2^6 g(x) dx$ ?

### Ejercicios extra algo más difíciles voluntarios

9. Demostrar que

$$2 \sum_{k=1}^n k = n(n+1)$$

para cualquier  $n$  entero positivo y usar este hecho para calcular el área de un triángulo de base  $b$  y altura  $h$  usando particiones equidistantes.

(Se hizo en clase con algo de detalle).

10. Demostrar que

$$6 \sum_{k=1}^n k^2 = n(n+1)(2n+1)$$

para cualquier  $n$  entero positivo y usar este hecho para calcular el área de la parábola que pasa por el origen, tiene derivada 0 en el origen, y por el punto  $(a, a^2h)$  donde  $a > 0, h > 0$ .

11. Calcula los límites:

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right). \\ & \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+4} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right). \\ & \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right). \end{aligned}$$