



30/10/2017	Matemáticas I	Curso 2017-18	Parcial
Apellidos:		Nombre:	Nº:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado descrito en pocas de líneas.

1. Encuentra el menor número natural que tenga exactamente 35 divisores y sea múltiplo de 35.

Solución: Aplicaremos la teoría de divisibilidad visto en clase. Dado que $35 = 7 \times 5$, el menor múltiplo de 35 con 35 divisores será $5^6 \times 7^4$.

2. Calcula los números primos entre el 230 y el 260.

Solución: Aplicaremos la Criba de Ratostenes. Primero eliminamos en ese listado los múltiplos de 2, 3 y 5. Quedando

$$233 \xrightarrow{+6} 239 \xrightarrow{+2} 241 \xrightarrow{+6} 247 \xrightarrow{+4} 251 \xrightarrow{+2} 253 \xrightarrow{+4} 257 \xrightarrow{+2} 259.$$

Y ahora vemos los restos al dividir por 7, primero dividimos 233 entre 7, y nos queda tras saber la distancia entre números

$$2 \xrightarrow{+6} 8 \rightarrow 1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+6} 9 \rightarrow 2 \xrightarrow{+4} 6 \xrightarrow{+2} 8 \rightarrow 1 \xrightarrow{+4} 5 \xrightarrow{+2} 7 \rightarrow \mathbf{0}.$$

Por tanto $259 = 7$. Ahora lo realizamos con el 11, y sus restos son

$$2 \xrightarrow{+6} 8 \xrightarrow{+2} 10 \xrightarrow{+6} 16 \rightarrow 5 \xrightarrow{+4} 9 \xrightarrow{+2} 11 \rightarrow \mathbf{0} \xrightarrow{+4} 4.$$

Por tanto $253 = 11$. Seguimos con el 13 una vez que eliminamos los que no son primos

$$12 \xrightarrow{+6} 18 \rightarrow 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+6} 13 \rightarrow \mathbf{0} \xrightarrow{+4} 4 \xrightarrow{+6} 10.$$

Por tanto $247 = 13$. Cuando dividimos 233 por 17 el cociente es menor que 13 así que este es el último primo por el que realizaremos la criba:

$$12 \xrightarrow{+6} 18 \rightarrow 1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+6} 9 \xrightarrow{+4} 13 \xrightarrow{+6} 19 \rightarrow 2.$$

Por tanto los primos son

$$\mathbf{233, 239, 241, 251, 257}.$$

3. Calcula el m.c.m. $(1011112_3, 1021221_3)$.

Solución: Primero pasamos los números a la base 10, siendo

$$1011112_3 = 2 + 3 + 9 + 27 + 81 + 729 = 851,$$

$$1021221_3 = 1 + 6 + 18 + 17 + 162 + 729 = 943.$$

Ahora aplicamos la identidad vista en Teoría

$$\text{m.c.m.}(851, 943) = \frac{851 \times 943}{\text{m.c.d.}(851, 943)}$$

Aplicaremos ahora el algoritmo de Euclides, quedando

$$943 = 851 \times 1 + 92 \quad \Rightarrow \quad \text{m.c.d.}(851, 943) = \text{m.c.d.}(851, 23) = 23.$$

Hemos usado que 92 es 4 y que 23 es primo. Para acabar,

$$\text{m.c.m.}(851, 943) = \frac{851 \times 943}{23} = \mathbf{37 \times 943}.$$

4. Sabiendo que $797777 = 5115 \times 155 + 4952$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto de dividir 2400000 entre 465.

Solución: Dado que $465 = 155 \times 3$, escribimos la operación original como si el divisor es 155, luego multiplicamos todo 3, quedando

$$2393331 = 465 \times 5115 + 14856.$$

Como la diferencia entre divisores es de 6669 y el resto que tenemos además es 14856, primero los sumamos y como esta cantidad 21525 es mayor que el divisor debemos agrupar de nuevo,

$$21525 = 465 \times 46 + 135,$$

luego el **cociente** será **5161** y el **resto** será **135**.

5. Encuentra un número natural de cuatro dígitos que en la base 3 sea capicúa, y solo contenga el dígito 2. **Solución:** Hay dos soluciones

$$22222222_3 = 2186, \quad 22222222_3 = 6560.$$

Basta con probar con diferentes números, se podía usar el problema 2.

6. En un horno de bollería se han fabricado 2400 magdalenas y 2640 mantecados, que se desean comercializar en bolsas **con el mismo número de unidades** y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas magdalenas o cuántos mantecados se pueden poner en cada bolsa, teniendo en cuenta que el número debe ser superior a 15 e inferior a 30? **Razona la respuesta.**

Solución: Dado que deben contener la misma cantidad debe ser un divisor común, es decir, del m.c.d. de ambos números, que en este caso es

$$\text{m.c.d.}(2400, 2640) = 10 \times \text{m.c.d.}(240, 264) = 40 \times \text{m.c.d.}(60, 66) = 240 \times \text{m.c.d.}(10, 11) = 240.$$

Y dado que $240 = 2^4 \times 3 \times 5$. Y dicho divisor es mayor que 15 y menor que 30; sabiendo que el 240 tiene como divisores

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, \dots\}.$$

Luego en cada bolsa podemos poner **16, 20, o 24** magdalenas o mantecados en cada bolsa.

7. Expresa como fracción irreducible simplificándola al máximo posible:

$$\frac{2}{5} + 3 - \left(\frac{3-7}{5} - 2 \right) \div \left(1 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{3}{5} \right) \right) - \frac{17}{11}.$$

Solución: Operaremos primero los parentesis, y dentro de ellos, primero sumas/restas (de números naturales), y luego multiplicaciones/divisiones. Quedando tras simplificar **22/5**.

8. Cuántos divisores tiene el número 155155. De todos sus divisores, escribe los que son múltiplos de 91.

Solución: Dado que $155155 = 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 31$, el número tiene **32 divisores**, y de estos los que son múltiplos de $91 = 7 \times 13$, son

$$91 * \{1, 5, 11, 31, 55, 155, 341, 1705\}.$$

9. Si sabemos que un velero ha estado navegando 44444 horas, y ha llegado a puerto hoy, lunes, a las 19 horas. A qué hora partió y qué día de la semana era.

Solución: Dado que $44444 = 24 \times 1851 + 20$, y $1851 = 7 \times 264 + 3$, entonces **el velero partió un jueves a las 23 horas.**

10. Si la letra de tu DNI es anterior, o igual, a M debes trabajar en la base 9, y en otro caso debes trabajar en la base 8. Letra de tu DNI:

Completa los recuadros en la siguiente suma de dos números en la base que te toque:

$$\begin{array}{r}
 5 \quad \square \quad 2 \quad 6 \quad \square \quad (\\
 + \quad \square \quad 2 \quad \square \quad 3 \quad 4 \quad (\\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \quad \square \quad 1 \quad (
 \end{array}$$

Solución: $56265_{(8)} + 52134_{(8)} = 130421_{(8)}$

$57266_{(9)} + 62134_{(9)} = 130411_{(9)}$.



30/10/2017	Matemáticas I	Curso 2017-18	Parcial
Apellidos:		Nombre:	Nº:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado descrito en pocas de líneas.

1. Cuántos divisores tiene el número 155155. De todos sus divisores, escribe los que son múltiplos de 143.

Solución: Dado que $155155 = 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 31$, el número tiene **32 divisores**, y de estos los que son múltiplos de $143 = 11 \times 13$, son

$$143 * \{1, 5, 7, 31, 35, 155, 217, 1085\}.$$

2. Expresa como fracción irreducible simplificándola al máximo posible:

$$\frac{2}{5} - \frac{17}{11} - \left(\frac{5-7}{5} - 2\right) \div \left(1 + \frac{1}{4} \left(2 - \frac{8}{5}\right)\right) + 3.$$

Solución: Igual al del otro modelo. **222/55**.

3. Sabiendo que $797555 = 5115 \times 155 + 4730$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto de dividir 2400000 entre 465.

Solución: Análogo al del otro modelo.

4. Encuentra un número natural de cuatro dígitos que en la base 3 sea capicúa, y solo contenga el dígito 2.

Solución: Igual que el del otro modelo.

5. Calcula los números primos entre el 250 y el 276.

Solución: Análogo al del otro modelo.

$$\{251, 257, 263, 269, 271\}.$$

6. Encuentra el menor número natural que tenga exactamente 77 divisores y sea múltiplo de 77.

Solución: Análogo al del otro modelo. **$7^{10} \times 11^6$** .

7. Pensando en la fiesta de todos los santos unos amigos han comprado 2400 caramelos de draculín, y 2640 chupachups, que quieren poner en bolsitas **con el mismo número de unidades** y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántos caramelos o cuántos chupachups se pueden poner en cada bolsa, teniendo en cuenta que el número debe ser superior a 18 e inferior a 36? **Razona la respuesta.**

Solución: Explicación análoga en el otro modelo, en este caso **20, 24, o 30**.

8. Si la letra de tu DNI es anterior, o igual, a M debes trabajar en la base 7, y en otro caso debes trabajar en la base 8. Letra de tu DNI:

Completa los recuadros en la siguiente suma de dos números en la base que te toque:

$$\begin{array}{r}
 5 \quad \square \quad 2 \quad 6 \quad \square \quad (\\
 + \quad \square \quad 2 \quad \square \quad 3 \quad 4 \quad (\\
 \hline
 1 \quad 3 \quad 0 \quad 4 \quad \square \quad 1 \quad (
 \end{array}$$

Solución: $56265_{(8)} + 52134_{(8)} = 130421_{(8)}$

$55264_{(7)} + 42134_{(7)} = 130431_{(7)}$.

9. Sabiendo que $797777 = 5115 \times 155 + 4952$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto de dividir 2400000 entre 465.

Solución: Análogo al otro modelo. Cociente y restos idénticos.

Se cambió por: 9. Si sabemos que un velero ha estado navegando 55555 horas, y ha llegado a puerto hoy, lunes, a las 19 horas. A qué hora partió y qué día de la semana era.

Solución: Dado que $55555 = 24 \times 2314 + 19$, y $1851 = 7 \times 330 + 4$, entonces **el velero partió un jueves a las 00 horas.**

10. Calcula el m.c.m. $(1145_{(9)}, 1257_{(9)})$.

Solución: Idéntico al del otro modelo. Son los mismos números.

Todos los apartados tienen la misma calificación. Tiempo: 100 minutos