

# Matemáticas I

(Parte 1)

16 de enero de 2017

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_ N°

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debéis hacer en papel en sucio. Aquí debéis escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado.

**No se puede usar calculadora. Tiempo:** 1 h 15 minutos.

1. Luis, Maria y Alex juegan llenar un deposito con botellas de agua. Si el equipo de Luis y Maria lo llenan en 82 minutos; el equipo de Maria y Alex lo llenan en 67 minutos, y el equipo de Luis y Alex lo llenan en 71 minutos. Cuánto tiempo tardan en llenarlo los tres a la vez. **Razona la respuesta.**

**Solución:** No se puede deducir nada con los datos que se dan, pero al ser más personas deben tardar menos que el menor tiempo dado, es decir, menos de 67 minutos pues a más personas deben tardar menos por ser una proporción inversa.

2. Una finca está dividida entre tres hermanos. El primero posee un quinto de la superficie total, y no está cultivada porque la dedica a la caza. El segundo es dueño de tres cuartos del resto, dedica la mitad de su parte al cultivo de cereales y en la otra mitad hay un pinar. El tercero es dueño del resto de la parcela y dedica 2/9 de ellas a cultivar cereales. ¿Qué proporción de la finca está dedicada al cultivo de cereales?

**Solución:** Dado que el primer hermano tiene 1/5 del total, haciendo un diagrama se ve que el segundo hermano tiene 3/4 de 4/5, es decir 3/5 y de estos, la mitad, es decir 3/10 son cereales. Finalmente el tercer hermano tiene 1/4 de 4/5, es decir 1/5, y de este 2/9 son cereales, o sea, 2/45. Por tanto la proporción de cultivo de cereales es de 3/10+2/45= 31/90.

3. Si tu DNI tiene letra anterior, o igual a N, trabaja en la base 11, en otro caso en la base 12. Rellena los huecos en la siguiente operación en la base que tienes. Indica la letra de tu DNI aquí .

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & & 7 & \square & 4 & 3 & \square & 6 & ( \\
 + & \square & & 2 & 5 & \square & 7 & \square & ( \\
 \hline
 & 1 & 1 & 0 & \square & 3 & 3 & 1 & (
 \end{array}$$

**Solución:**  $794366_{(11)} + 425A76_{(11)} = 110A331_{(11)}$ ;  $7A4376_{(12)} + 525B77_{(12)} = 110A331_{(12)}$ .

4. Qué número es mayor:  $A = \frac{7402}{7401} \times \frac{13924}{13925}$  o  $B = \frac{742}{741} \times \frac{13924}{13925}$ .

**Solución:** La fracción mayor es la B, pues dado que ambas se multiplican por la misma fracción, ambas son mayor que la unidad por una 'porción' así será mayor aquella cuyo denominador sea menor.

5. ¿Es  $\frac{156}{650}$  una fracción decimal? En caso afirmativo, exprésala con denominador de la forma potencia de diez.

**Solución:** Sí es decimal pues la fracción irreducible de la misma es 6/25, así como el denominador solo contiene primos divisores del 10, lo es. De hecho,  $6/25=24/100$ .

6. Explica si puede encontrarse un número de 6 cifras decimales entre los números  $2'\overline{3453}$  y  $2'\overline{345334}$ . Si puedes, encuentra un número con siete cifras decimales entre dichos números.

**Solución:** Al escribir el desarrollo de ambos números vemos que las primeras cifras decimales son idénticas, así no existe un número de 6 cifras decimales entre ellos. Pero si de 7 cifras, las dos opciones son  $2'3453344$  y  $2'3453345$ .

7. Explica cómo llegar de la expresión numérica  $2'\overline{341}$  a la fracción  $\frac{1159}{495}$ .

**Solución:** Primero eliminamos la parte no periódica multiplicando el número por 10, luego dado que la parte periódica tiene dos dígitos, multiplicamos por 100 para conseguir la misma expresión decimal tal que al restar estos dos números se cancele dicha parte decimal infinita, quedando

$$\frac{2341 - 23}{990} = \frac{2318}{990} = \frac{1159}{495}.$$

8. Un grupo de tres amigos hace un trabajo por el que les pagan 224 euros. Si el primer amigo trabajó 3 horas, el segundo 5 y el tercero 8, ¿cómo deberían repartirse el dinero?

**Solución:** Dado que entre los tres han trabajado 16 horas, y la proporción es directa, al primero le pagan  $\frac{3}{16}$  de 224, al segundo  $\frac{5}{16}$  de 224, y al tercero  $\frac{8}{16}$  de 224. O sea, 42, 70, 112 euros.

9. Llama  $X$  al mayor dígito de tu DNI. Llama  $Y$  al siguiente dígito mayor de tu DNI. Encuentra el mayor número de 3 cifras el cual al dividirlo entre  $X$  se obtiene de resto 1, y al dividirlo entre 11 se obtiene de resto  $Y$ .

**Solución:** Problemas como este hemos realizado en clase, damos algunas soluciones:

$X$	$Y$	$N$	$X$	$Y$	$N$
9	9	955	6	6	985
9	7	964	8	3	993
9	5	973	8	7	953
7	5	995	8	8	921
9	8	910	7	7	953

10. Sin realizar la división y sabiendo que  $1111111 = 2345 \times 473 + 1926$ . Calcula:

a) El cociente y el resto al dividir 11111110 entre 4730.

b) El cociente y el resto al dividir 11113110 entre 23450.

**Solución:** Hay modelos similares de este problema en otros exámenes. En este caso a)  $c = 2349$  y  $r = 340$ ; b)  $c = 473$  y  $r = 21260$ .

**Obs:** Las preguntas puntúan por igual. A esta parte le corresponde el 50% de la nota del examen.

**Matemáticas I**

(Parte 2)

**Tiempo:** 1 h 15 minutos.

16 de enero de 2017

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

Nº

NOTA PARTE 2					
P1	P2	P3	P4	P5	TOTAL

**Importante:** debéis **explicar** adecuadamente las resoluciones de los problemas.

- Encuentra, si existen, los dígitos  $x$  e  $y$  sabiendo que el número

$$n = 235x71113x17y19y$$

tiene resto 5 cuando lo dividimos entre 12 y es múltiplo de 9.

**Solución:** Si el número tiene que ser múltiplo de 9, entonces lo es de 3 también, pero si al dividirlo entre 12 se tiene de resto 5, entonces, el resto al dividirlo por 3 sería 2 (No es posible pues debe ser 0 ya que es múltiplo de 3). De todos modos, las ecuaciones que resultan son:

$$5y + 8x + 2 \rightarrow 5 \text{ (12)}, \quad 2x + 2y + 5 \rightarrow 0 \text{ (9)}.$$

Las soluciones de la ecuación primera son:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y$	3	-	7	3	-	7	3	-	7	3

Y ninguna cumple la otra ecuación.

2. Diremos que un número es horario si proviene de la hora digital, por ejemplo,

$$1 : 30 : 21 \rightarrow 13021$$

Está claro que no todos los números menores que 245960 son horarios, por ejemplo, 136203, no es horario.

Da una explicación razonable para poder localizar el mayor número horario que es primo.

Sabiendo que dicho número es 245941. Estima hasta qué número primo debemos comprobar para garantizar que dicho número es primo.

**Solución:** En este caso debemos tomar todos los números entre el 1 y el 245960, y aplicar la criba de Eratostenes, tenemos que incluir también los que no son horarios para poder determinar todos los primos que hay entre estos dos números. Evidentemente este proceso es largo pero tiene fin. Para ver hasta que primo operar para comprobar que 245941 es primo basta con dividirlo hasta el primo mas cercano a la raíz cuadrada de este que es aproximadamente 495. Como desconocemos qué primo es este lo que si podemos decir es que es como máximo 493.

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

3. Luis y Alicia tienen una tienda desde el 2010, sabemos que en el primer año obtuvieron un beneficio del 4% de lo invertido, el segundo año obtuvieron un beneficio de 11%, al final del tercer año hubo un incendio en la tienda y la reparación de la tienda les supuso un gasto de 7.450 euros y además tuvieron unas pérdidas del 2%. Por último, al final del 2014 han tenido un beneficio del 5%. Si el beneficio bruto del 2014 asciende a 8600 euros. Se pide:
- a) Si pagaron de impuestos el 2014 un 21%, cuál es el beneficio neto de dicho año.
  - b) ¿Cuánto dinero invirtieron en dicho negocio? Razona si les va bien, o no.

**Solución:** Para la primera parte a) basta con calcular la parte que no llevan impuestos de 8600, es decir, el 79% que resulta 6794 Euros.

La segunda no es compleja, debemos ir calculando lo que poseían en años previos, siendo lo que tenían en el 2010 un total de 13825'1 Euros y como se asume que la reparación como parte de los beneficios que han tenido que emplear el negocio les va bien pues esa cantidad junto a los 8600 euros es mayor que lo que invirtieron en 2010.

4. (a) Explica cómo encontrar un número que contenga 120 divisores pares, 60 impares y sea múltiplo de 385.
- (b) Del número que has dado anteriormente escribe los divisores que tengan exactamente 40 divisores.
- (c) Explica por qué un número par tiene como mínimo la misma cantidad de divisores pares que de divisores impares. No se valorará con un simple ejemplo.

**Solución:** Este problema también acepta más de una solución. a) Dado que tiene que tener 180 divisores y de estos 60 impares, siendo el número múltiplo de  $385 = 5 \times 7 \times 11$ , entonces el número que voy a considerar es  $2^2 \times 11 \times 7^2 \times 5^9$ .

b) De este número hay 4 con 40 divisores que son:

$$2 \times 7 \times 11 \times 5^4, \quad 2 \times 7 \times 5^9, \quad 2 \times 11 \times 5^9, \quad 7 \times 11 \times 5^9.$$

c) Dado que un número par tiene siempre una parte impar, pero las potencias de 2 solo tienen un divisor impar (el uno), siempre en un número par hay como mínimo la misma cantidad de divisores pares que de impares.

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

5. Una ciudad medieval dispone de provisiones para 10 meses. Justo antes de ser sitiados por un ejército enemigo, la quinta parte de su población huye, y al verse sitiados deciden reducir la ración diaria a  $1/4$  de la prevista. ¿Cuánto tiempo les durarán las provisiones?

**Solución:** Es un problema similar a uno de la hoja de problemas. Las magnitudes que se trabajan aquí son inversamente proporcionales. De hecho, si  $1/5$  de la población se marcha, si llamamos  $X$  a la cantidad mensual de alimento que toman por habitantes, y  $M_1$  a la cantidad de meses que le dura el alimento tras la marcha, entonces

$$T_{\text{totaldealimento}} = 10X = M_1 \frac{4}{5} X \quad \Rightarrow \quad M_1 = \frac{25}{2} = 12'5 \text{ meses.}$$

Ahora bien, como toman  $1/4$  parte menos de ración por habitante, entonces si llamamos  $M_2$  el tiempo que les dura y  $R$  es la ración por habitante y mes, entonces al ser magnitudes de nuevo inversamente proporcionales, se tiene que

$$T_{\text{totaldealimento}} = 10XR = M_2 \frac{4}{5} X \frac{3}{4} R \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{50}{3} = 16'6666 \text{ meses.}$$

O podemos decir 16 meses y 20 días aproximadamente.

**Puntuación:** Todos los problemas puntúan por igual. A esta parte del examen le corresponde el 50% de la nota total.