

D.N.I.  Calificación: PI:  PII:  TOTAL:



PARTE I

Tiempo: 1h 30

Departamento de Física y Matemáticas

13/06/2017	Matemáticas I	Curso 2016-17	<b>Extraord.</b>
Apellidos:		Nombre:	Nº:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las tienes que realizar en papel en sucio. Aquí solo escribe un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado. No puedes usar calculadora.

1. ¿Cuántos ceros hay al final de la expresión decimal del número  $40!$  (40 factorial)?

**Nota:** El número  $n!$  es el producto:  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \cdots \times (n-1) \times n$ .

**Solución:** 9. Dado que hay nueve 5's en la factorización en factores primos de los números entre el 1 y el 40.  $\{5, 10, 15, 20, 25[2], 30, 35, 40\}$ .

2. Completa los recuadros en la siguiente operación en base 13.

$$\begin{array}{r} 3 \quad \square \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 3_{(13)} \\ + \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad \square \quad 1 \quad \square_{(13)} \\ \hline \square \quad 3 \quad \square \quad 0 \quad \square \quad 1_{(13)} \end{array}$$

**Solución:**  $330013_{(13)} + 10101B_{(13)} = 431031_{(13)}$ .

3. Calcula el máximo común divisor de 105524 y 70587.

**Solución:** Aplicando el algoritmo de Euclides resulta:

$$\text{m.c.d.}(105524, 12121) = 23 \times 31 = 713.$$

4. El club de gimnasia va a celebrar un gran evento, y quieren poner a los participantes por filas. Sin embargo, cuando tratan de alinearlos por filas de 2, 3, 4, 5, 6, 7, u 8 siempre queda un participante suelto. Si son menos de 1313 gimnastas en total. ¿Cuántos participantes hay?

**Solución:** Llamemos  $n$  al número de gimnastas, entonces  $n-1$  es múltiplo de 2, 3, 4, 5, 6, 7, y 8, por tanto como  $\text{m.c.m.}(1,2,3,4,5,6,7,8)=840$ , entonces hay 841 gimnastas.

5. Desarrolla y transforma dicha expresión en una fracción irreducible:

$$4 \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{3}{13} \right) - \left( \frac{2}{3} - \frac{13}{5} \right) \div \frac{13}{3}$$

**Solución:** 527/195.

6. De los 131 alumnos que habían reservado plaza para cursar 1° de ESO en un determinado instituto de Madrid, el 13% tuvo que quedarse en el colegio para repetir 6° de Primaria. De los que pasaron, el 31% se matriculó a última hora en otro centro. ¿Cuántos alumnos se matricularon finalmente en 1° de ESO en dicho instituto?

---

**Solución:** Resulta ser el 69% del 87% de 131 que es 78'6393, es decir 78 estudiantes.

---

7. Un barco velero se propone dar la vuelta al mundo. Si acabó su recorrido hoy a las 13 horas y estuvo navegando durante 3131 horas. ¿A qué hora y qué día de la semana partió el velero?

---

**Solución:** 3131 horas son 130 días y 11 horas, y 130 días son 18 semanas y 4 días, por tanto salió a las 2AM, de un viernes.

---

8. Tengo un deposito de 450 litros de refresco. ¿Cuántas botellas de 5/8 de litro podré rellenar?. Indica qué división has aplicado.

---

**Solución:** Tenemos que aplicar una división cuotativa de 450 en botellas de 5/8, es decir

$$450 / (5/8) = 90 * 8 = 720.$$

---

9. Describe cómo encontrar un número racional periódico mixto entre 1'3111 y 1'3113. Encuentra uno y escríbelo como una fracción irreducible.

---

**Solución:** Hay muchas soluciones, por ejemplo, tomemos dos:

$$1'3\bar{1} = \frac{131 - 13}{90} = \frac{59}{45},$$

y

$$1'31\bar{12} = \frac{13112 - 131}{9900} = \frac{4327}{3300}.$$

---

10. Toma el menor número de 3 dígitos que puedes hacer con los dígitos de tu DNI. De la misma forma toma el mayor posible que puedes construir de 3 dígitos. Encuentra, si es posible, un número entre ambos que sea múltiplo de 31 y tenga resto 3 al dividirlo por 13.

**Solución:** Si tomamos, por ejemplo, 12345678Z, hay que encontrarlo entre 123 y 678. En este caso resulta 341. Las dos soluciones a este problema, si la hay, son 341 y 744.



PARTE II

Tiempo: 1h 15

Departamento de Física y Matemáticas

13/06/2017	Matemáticas I	Curso 2016-17	<b>Extraord.</b>
Apellidos:		Nombre:	Nº:

En esta parte si está permitido el uso de calculadora

**Problema 1.**

Según Wikipedia, el 13 de junio de 1983 la sonda espacial americana Pioneer 10 pasó de la rbita de Neptuno, convirtiéndose en el primer objeto hecho por el ser humano en salir de la proximidad de los principales planetas del sistema solar. Sabemos que hoy es martes, quisiera saber qué día de la semana se envió dicha sonda al espacio.

---

La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.

**Solución:** En total hay 34 años, y de estos 9 son bisiestos, es decir que en total hay

$$34 \times 365 + 9 = 12419 \text{ días}$$

y al dividirlo por 7 obtenemos de resto 1, por tanto se lanzó un **lunes**.

Nota:

Sabemos que la fórmula para calcular la letra del DNI y así obtener el NIF es la siguiente:

Tomamos el número completo de hasta 8 cifras de nuestro DNI, lo dividimos entre 23 y nos quedamos con el resto de dicha división.

Sea como sea, el resultado anterior es un número entre 0 y 22. A cada uno de estos posibles números le corresponde una letra, según la siguiente tabla:

RESTO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
LETRA	T	R	W	A	G	M	Y	F	P	D	X	B	N	J	Z	S	Q	V	H	L	C	K	E

Problema 2.

**En este problema solo podemos usar los dígitos 1 (uno) y 3 (tres).**

Quiero que, de forma razonada, encuentres un DNI que tiene la letra de tu DNI, y tenga 8 dígitos.

D.N.I.

La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.

**Solución:** Este es un problema algo más complejo, encontrar la solución puede hacerse con la calculadora, aquí está el listado de posibles respuestas:

Núm.	Let	DNI	Núm.	Let	DNI
0	T	31111111	12	N	33111111
1	R	33133111	13	J	31131111
2	W	33131111	14	Z	31313111
3	A	33313111	15	S	31311111
4	G	33311111	16	Q	33333111
5	M	31331111	17	V	33331111
6	Y	13113111	18	H	11111111
7	F	13111111	19	L	13133111
8	P	11131111	20	C	13131111
9	D	11313111	21	K	13313111
10	X	11311111	22	E	13311111
11	B	33113111			

Nota:

Problema 3.

Un ciclista partiendo de Trujillo ha invertido 5 horas para llegar a Navalmoral de la Mata. Al día siguiente el ciclista decide retornar a Trujillo. Si en dicho viaje aumentó su velocidad un 40%, ¿cuánto tiempo invirtió en llegar a Trujillo? Razona la respuesta.

---

La explicación de la resolución del problema supone el 40% de la nota.

**Solución:** Dado que la velocidad y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales, tenemos que

$$VT = \text{constante} = C.$$

De la información de  $T \rightarrow NM$  sabemos que  $5V = C$ , ahora la velocidad del retorno, llamémosla  $V'$  es un 40% superior, es decir,  $V' = 140\%V$ , por tanto si llamamos  $T'$  al tiempo que tardó en el viaje  $NM \rightarrow T$ , entonces

$$5V = C = \frac{140}{100}VT' \quad \Rightarrow \quad T' = \frac{500}{140} = \frac{25}{7} \approx 3h 34'$$

---

Nombre:

Número:

Problema 4.

(a) Encuentra un número que tenga 20 divisores, sea impar y múltiplo de 1617.

(b) Indica cuál es el divisor propio mayor que tiene dicho número.

(c) Encuentra un número que tenga 20 divisores, y sea coprimo con el número del apartado (a). Escribe todos los divisores del número encontrado.

---

La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.

**Solución:** (a) Como el número es múltiplo de

$$1617 = 3 \times 11 \times 7^2,$$

que tiene 3 primos distintos, entonces necesitamos expresar 20 como producto de 3 primos, no necesariamente distintos, por ejemplo,

$$20 = 2 \times 2 \times 5,$$

es decir el número buscado ha de ser de la forma

$$p \times q \times r^4.$$

Y por la forma de 1617 se tiene que la solución es:  $3 \times 11 \times 7^4 = 79233$ .

(b) El divisor propio mayor de este número es  $11 \times 7^4 = 26411$ .

(c) Hay muchos número coprimos con  $3 \times 11 \times 7^4$  y con 20 divisores, por ejemplo, podría ser  $2^{19}$ ,  $2 \times 13^9$ ,  $5^3 \times 19^4$ , etc. Solo hay que asegurarse que no tiene uno de los primos 3, 7 y 11. Donde

$$D_{2^{19}} = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{19}\},$$

o

$D_{2 \times 13^9} = \{1, 13, 13^2, 13^3, \dots, 13^9, 2, 2 \times 13, 2 \times 13^2, 2 \times 13^3, \dots, 2 \times 13^9\}$ ,  
entre otras.

**Problema 5.** Este problema se debe hacer **sin utilizar álgebra**.

Una fábrica textil ha hecho 1600 abrigos en 20 días, con una jornada de 8 horas diarias. ¿Cuánto debe aumentar su plantilla si les llega un pedido de 2400 abrigos que tienen que entregar en 15 días, y la jornada máxima es de 10 horas al día?

---

La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.

---

**Solución:** Tenemos las relaciones

Trabajadores ( $T$ )  $\rightarrow$  Abrigos ( $A$ )  $\rightarrow$  Días ( $D$ )  $\rightarrow$  Jornada ( $J$ ).

La proporción  $T \rightarrow A$  es **directa**, pues cuantos trabajadores tengamos más abrigos acabarán.

La proporción  $A \rightarrow D$  es **directa**, pues cuantos más abrigos tengan que hacerse más días tardarán.

La proporción  $J \rightarrow D$  es **inversa**, pues si la jornada es más larga se necesitan menos días para hacer los abrigos.

Sabemos que

$$T \rightarrow 1600A \rightarrow 20D \rightarrow 8H$$

donde el dato  $T$  no lo dan explícitamente. Y dado que ahora nos dicen que

$$T' \rightarrow 2400A \rightarrow 15D \rightarrow 10H$$

Vamos a ir resolviéndolo yendo de  $J \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow T$  pasando a unidad y utilizando la proporcionalidad correspondiente:

$$\begin{array}{l} T \rightarrow 1600A \rightarrow 20D \rightarrow 8H \\ T \rightarrow 1600A \rightarrow \mathbf{16D} \rightarrow \mathbf{10H} \\ T \rightarrow \mathbf{1500A} \rightarrow \mathbf{15D} \rightarrow 10H \\ T' \rightarrow \mathbf{2400A} \rightarrow 15D \rightarrow 10H \end{array}$$

Y dado que la proporción  $T \rightarrow A$  es directa, entonces

$$\frac{T}{T'} = \frac{1500}{2400} = \frac{5}{8} \Rightarrow T' = \frac{8}{5}T = T + \frac{3}{5}T.$$

Es decir **la respuesta es que debe aumentar tres quintas ( $3/5$ ) partes, o un 60%**.

(Rojo) Dado que esas magnitudes son inversamente proporcionales, entonces  $8 \times 20 = 10 \times \mathfrak{D}$  por tanto  $\mathfrak{D} = 16D$ .

(Verde) Dado que esas magnitudes son directamente proporcionales, entonces

$$\frac{1600}{\mathfrak{A}} = \frac{16}{15} \Rightarrow \mathfrak{A} = 1500A.$$

---

Nombre:

Número: