

1. Calcular los siguientes números complejos:

$$a) (2 - j) - 2(3 - j), \quad b) (1 + 2j)(2 - 3j), \quad c) \frac{2 + j}{2 - 3j}.$$

2. Hallar el módulo y el argumento de cada uno de los siguientes números complejos:

$$a) 3 + 4j, \quad b) (3 + 4j)^{-1}, \quad c) (1 + j)^5, \quad d) \sqrt[7]{3 + 4j}, \quad e) |3 + 4j|.$$

3. Calcular en forma polar $z_1 z_2$ y z_1/z_2 para

$$a) \quad z_1 = 4\sqrt{3} - 4j, \quad z_2 = 8j, \quad b) \quad z_1 = 4(\sqrt{3} + j), \quad z_2 = -3 - 3j.$$

4. Calcular

$$a) \frac{(1 + 2j)(2 - j)}{3 - j}, \quad b) (1 + 2j)^3, \quad c) j^{314}, \quad d) 1 + j + \dots + j^{52}, \quad e) \sqrt[8]{1}, \quad f) \sqrt[3]{-2 + 2j}, \quad g) \sqrt[4]{-1}.$$

5. Describir geoméricamente los conjuntos de números complejos que verifican las siguientes condiciones:

$$1. z = \bar{z}, \quad 2. \bar{z}z = 1, \quad 3. \operatorname{Re}(z) > 0, \quad 4. |\operatorname{Re}(z)| \leq 1, |\operatorname{Im}(z)| \leq 1,$$

$$5. |z - 2 + j| < 2, \quad 6. \frac{|z - 3|}{|z + 3|} \leq 2, \quad 7. \operatorname{Arg}\left(\frac{z + 1}{z + 2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

6. Interpretar geoméricamente la multiplicación y división por j .

7. Calcular los números $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ tales que:

$$(a) \quad z_1 = (1 + j)^7 + 4(1 + j)^3,$$

$$(b) \quad z_2 \text{ y } z_3 \text{ son las soluciones de la ecuación } z^2 - (3 - 4j)z - (1 + 7j) = 0.$$

8. Demostrar las siguientes identidades:

$$\cos^3(x) = \frac{1}{4} (\cos(3x) + 3 \cos(x)),$$

$$\operatorname{sen}^3(x) = \frac{1}{4} (-\operatorname{sen}(3x) + 3\operatorname{sen}(x)).$$

9. A partir de la fórmula de Moivre calcular el seno y coseno del ángulo doble, y triple, (en función de $\operatorname{sen}(x)$ y $\operatorname{cos}(x)$).

10. Demostrar que si $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_0 \in \mathbb{R}[z]$ y $z_0 = a + bj, a, b \in \mathbb{R}$ es una raíz de $p(z)$ entonces \bar{z}_0 es también raíz de $p(z)$.

11. Escribir la factorización real y compleja de los siguientes polinomios: $p_1(x) = x^2 + x + 1$, $p_2(x) = x^4 + x^2 + 1$ y $p_3(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.

12. Resuelve el sistema lineal de ecuaciones: $jx - (1 + j)y = 3$ y $(2 + j)x + jy = 4$.