1. Calcular los siguientes números complejos:

$$a)\ (2-\mathtt{j})-2(3-\mathtt{j}),\quad b)\ (1+2\mathtt{j})(2-3\mathtt{j}),\quad c)\ \frac{2+\mathtt{j}}{2-3\mathtt{j}}.$$

2. Hallar el módulo y el argumento de cada uno de los siguientes números complejos:

$$a)\ 3+4\mathtt{j},\quad b)\ (3+4\mathtt{j})^{-1},\quad c)\ (1+\mathtt{j})^5,\quad d)\ \sqrt[7]{3+4\mathtt{j}},\quad e)\ |3+4\mathtt{j}|.$$

3. Calcular en forma polar z_1z_2 y z_1/z_2 para

$$a)\quad z_1=4\sqrt{3}-4\mathtt{j},\quad z_2=8\mathtt{j},\qquad b)\quad z_1=4(\sqrt{3}+\mathtt{j}),\quad z_2=-3-3\mathtt{j}.$$

4. Calcular

$$a)\ \frac{(1+2\mathtt{j})(2-\mathtt{j})}{3-\mathtt{j}},\ b)\ (1+2\mathtt{j})^3,\ c)\ \mathtt{j}^{314},\ d)\ 1+\mathtt{j}+\cdots+\mathtt{j}^{52},\quad e)\ \sqrt[8]{1},\quad f)\ \sqrt[3]{-2+2\mathtt{j}},\ g)\ \sqrt[4]{-1}.$$

5. Describir geométricamente los conjuntos de números complejos que verifican las siguientes condiciones:

$$1.\ z=\bar{z},\quad 2.\ \bar{z}z=1,\quad 3.\ \mathrm{Re}(z)>0,\quad 4.\ |\mathrm{Re}(z)|\leq 1, |\mathrm{Im}(z)|\leq 1,$$

$$5.\ |z-2+\mathtt{j}|<2,\quad 6.\ \frac{|z-3|}{|z+3|}\leq 2,\quad 7.\ \mathrm{Arg}\left(\frac{z+1}{z+2}\right)=\frac{\pi}{2}.$$

6. Interpretar geométricamente la multiplicación y división por $\mathtt{j}$.

7. Calcular los números $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ tales que:

   (a) $z_1=(1+\mathtt{j})^7+4(1+\mathtt{j})^3$,

   (b) z_2 y z_3 son las soluciones de la ecuación $z^2-(3-4\mathtt{j})z-(1+7\mathtt{j})=0$.

8. Demostrar las siguientes identidades:

$$\cos^3(x)=\frac{1}{4}\left(\cos(3x)+3\cos(x)\right),$$

$$\mathrm{sen}^3(x)=\frac{1}{4}\left(-\mathrm{sen}(3x)+3\mathrm{sen}(x)\right).$$

9. A partir de la fórmula de Moivre calcular el seno y coseno del ángulo doble, y triple, (en función de sen(x) y cos(x)).

10. Demostar que si $p(z)=z^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_0\in\mathbb{R}[z]$ y $z_0=a+b\mathtt{j}, a,b\in\mathbb{R}$ es una raíz de $p(z)$ entonces $\overline{z_0}$ es también raíz de $p(z)$.

11. Escribir la factorización real y compleja de los siguientes polinomios: $p_1(x)=x^2+x+1$, $p_2(x)=x^4+x^2+1$ y $p_3(x)=x^3-x^2-x-2$.

12. Resuelve el sistema lineal de ecuaciones: $\mathtt{j}x-(1+\mathtt{j})y=3$, y $(2+\mathtt{j})x+\mathtt{j}y=4$.