



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE I – Tiempo: 1h 15

— PI:

— PII:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las tienes que realizar en papel en sucio. Aquí solo debes escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado. No se pueden usar calculadoras.

1. Calcula el menor número natural que tenga 1000 divisores, sea múltiplo de 72×25 , y sea coprimo con 77.

Solución: Dado que $1000 = 2^3 \times 5^3$ sabemos que el menor número natural con 1000 divisores es de la forma

$$n = p_1 \times p_2 \times p_3 \times p_4^4 \times p_5^4 \times p_6^4,$$

donde p_i son primos, $p_6 > p_5 > \dots > p_1$. En este caso concreto dicho número es

$$19 \times 17 \times 13 \times 5^4 \times 3^4 \times 2^4.$$

2. ¿Cuántas botellas de $5/8$ de litro se necesitan para almacenar 300 litros de horchata?

Solución: La división cuotativa consiste en tomar un conjunto un determinado tamaño y formar grupos de otro tamaño (fijado).

Dado que 8 botellas de $5/8$ de litro contienen 5 litros de horchata, y 300 l de horchata son 60 grupos de 5 litros, necesitaremos $6 \times 80 = 480$ botellas de $5/8$.

3. ¿Cuántos números naturales son menores que 100000_4 ? **Razona la respuesta.**

Solución: Por definición dicho número es 4^5 , por lo tanto hay $4^5 - 1$ números naturales menores que él.

Recuerda: El no desarrollar números ‘grandes’ no resta en la calificación.

4. Preparamos una receta de chocolate a la taza que nos dice que pongamos 1 medida de cacao puro, 2 medidas de chocolate con un 60% de cacao y 3 medidas de leche. ¿Cuál es el porcentaje de cacao en el chocolate a la taza que estamos haciendo?

Solución: Si hacemos el diagrama vemos que hay en total 6 unidades entre todos los productos, por tanto el porcentaje de cacao en la bebida será del

$$\frac{1}{6}100\% + \frac{2}{6}60\% + \frac{3}{6}0\% = \frac{110}{3}\% \approx 36.67\%.$$

5. Resuelve en la base 11 la siguiente operación: $7005008_{(11)} - 101A023_{(11)}$.

Solución: Se recuerda que hay que explicar al menos una operación no inmediata. En este caso $5A95A95_{(11)}$.

6. Calcula el menor número de 4 cifras que es, simultáneamente, múltiplo de 40, 35 y 28.

Solución: Dado que la operación debe ser simultánea, se debe considerar el m.c.m.(40, 35, 28) = $2^3 \times 5 \times 7 = 280$. Y para obtener el menor múltiplo de 280 de 4 cifras, basta ver que $1000/280 \approx 3.5$, así la solución es $4 \times 280 = 1120$.

7. Sabiendo que $174633 = 543 \times 321 + 330$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto que resultan al dividir 1747333 entre 3210.

Solución: Para explicar bien el proceso busca modelos anteriores, contienen bastantes detalles. En este caso $c = 544$ y $r = 1093$.

8. Si un traje me costó en las rebajas 340 euros, y se le había aplicado un descuento del 20%. ¿Cuánto me hubiese costado el traje si lo hubiese comprado antes de las rebajas?

Solución: Si me han aplicado un descuento del 20%, he pagado el 80% del traje, por tanto el traje cuesta

$$\frac{1}{80\%} 340 = \frac{10}{8} 340 = 425 \text{ Euros.}$$

9. Calcula, dando el resultado como fracción irreducible:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{7} - \frac{1}{6} \div \frac{3}{4}$$

Solución: 13/9.

10. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$A = \frac{1234}{2469}, \quad B = \frac{12345}{24691}, \quad C = \frac{123}{247}.$$

Solución: Si tomamos el doble de todos, el numerador es menor que el denominador (por 1). Por tanto, a menor denominador menor es la fracción. Así, $C < A < B$.



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE II – Tiempo: 1h 20

En esta parte si está permitido el uso de calculadora

Problema 1. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

Sabiendo que el Señor Brown nació el viernes (Santo) 30 de Marzo de 1945, y que en 2018 cumplió dos años (es decir, su cumpleaños fue viernes Santo). Queremos saber en qué año cumplió un año, es decir, que el 30 de Marzo de ese año también fuera viernes santo.

Nota 1: Se puntuará en parte si se calculan los años que fueron viernes o cómo detectarlos.

Nota 2: Podeis suponer que todos los ciclos lunares tienen 28 días.

Recordad que el jueves Santo siempre hay luna llena.

Solución: Sabemos que cada año el mismo día del año se va ‘moviendo’ un día hacia delante, excepto los bisiestos que (días entre Marzo-Diciembre) se ‘mueven’ dos por tanto los años entre los fijados que son viernes son:

1945, 1951, 1956, 1962, 1973, 1979, 1984, 1990, 2001, 2007, 2012, 2018.

Debido a la complejidad del proceso se dará por bueno si se justifica de algún modo que debe ser antes de la mitad entre ambas fechas, es decir, antes de 1981, pero dado que la proporción entre ciclos lunares y meses no es exacta resolver el problema de forma precisa requiere de bastante tiempo.

También es cierto que se ha considerado que en un periodo de 11 años donde el primero de ese ciclo no es bisiesto tiene el mismo día de la semana, y ‘suele coincidir’ el ciclo lunar. Por esa razón, entre otras, la respuesta exacta es 1956.

Nota: La historia del Sr. Brown es verídica ... <http://alturl.com/r45zj>

Nota:

Problema 2. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Encuentra los números de la forma

$$155155xx155y$$

tales que al dividirlos por 6 dan de resto 4, y son múltiplos de 7.

Solución: Si un número de esa forma al dividirlo por 6 tiene de resto 4, quiere decir que al dividirlo por 2 tiene resto 0, es decir, es par, luego y es par. Y además, al dividirlo por 3 tiene de resto 1, por tanto nos queda la ecuación:

$$155155xx155y \rightarrow 1 + 5 + 5 + 1 + 5 + 5 + x + x + 1 + 5 + 5 + y \rightarrow 2x + y \rightarrow 1 \quad (3).$$

Si repetimos el mismo proceso para el 7 (ver fichero 12x5.pdf para los detalles), nos resulta:

$$155155xx155y \rightarrow y + 5 \times 3 + 5 \times 2 + 1 \times 6 + x \times 4 + x \times 5 + 5 \times 1 + 5 \times 3 + 1 \times 2 + 5 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 5$$

reduciendo (dividiendo por 7) se obtiene

$$155155xx155y \rightarrow 3 + 2x + y \rightarrow 0 \quad (7)$$

Como sabemos que y es par, entonces para que se cumpla la segunda ecuación se tienen los valores de x siguientes:

y	0	2	4	6	8
x	2,9	1,8	0,7	6	5

Y de esa tabla solo cumplen la otra ecuación los pares $x = 2, y = 0$; $x = 1, y = 2$; y $x = 0, y = 4$.

Por tanto los números son:

$$155155221550, \quad 155155111552, \quad 155155001554.$$

Nota:

Problema 3. (La explicación de la resolución del problema supone el 40% de la nota.)

Tres amigas, Carmen, Pilar y Victoria, trabajan en una misma tienda. Si Carmen gana un 3% menos que Victoria, Pilar gana un 5% menos que Victoria, y Carmen gana 700 Euros. ¿Cuánto gana Pilar?

Solución: El problema nos indica que

$$C = 97\%V, \quad P = 95\%V, \quad C = 700 \text{ Euros.}$$

Por tanto Pilar gana

$$P = 0'95 \times \frac{1}{0'97}C = 685'567 \text{ Euros.}$$

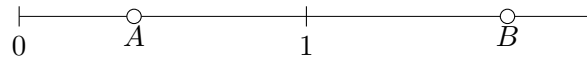
Nota:

Nombre:

Número:

Problema 4. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

En la figura se representan dos números racionales, A y B . Determina, en cada caso, en qué intervalo están los números $A \times B$, A/B y B/A .



Solución: [Ver solución del problema en la web.](#) Problema 5 b) de hoja 3.1 del curso.

Nota:

Problema 5. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Escribe al menos 10 divisores del número 3112725 que son múltiplos de 2695.

Solución:

$$2695 \times \{1, 3, 5, 7, 11, 15, 21, 33, 35, 55, 77, 105, 165, 231, 385, 1155\}.$$

Nota:

Nombre:

Número:



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE I – Tiempo: 1h 15

—

PI:

—

PII:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las tienes que realizar en papel en sucio. Aquí solo debes escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado. No se pueden usar calculadoras.

1. Calcula el menor número natural que tenga 1000 divisores, sea múltiplo de 100×27 , y sea coprimo con 143.

Solución: Igual que el primer modelo. En este caso concreto dicho número es

$$19 \times 17 \times 7 \times 5^4 \times 3^4 \times 2^4.$$

2. ? ‘Cuántas botellas de $5/7$ de litro se necesitan para almacenar 300 litros de horchata?’

Solución: Igual que el del primero modelo, necesitaremos $7 \times 60 = 420$ botellas de $5/7$.

3. ¿Cuántos números naturales son menores que $10000_{(5)}$? **Razona la respuesta.**

Solución: Igual al del primer modelo. Hay $5^4 - 1$ números naturales menores que él.

4. Preparamos una receta de chocolate a la taza que nos dice que pongamos dos medidas de cacao puro, 2 medidas de chocolate con un 50% de cacao y 4 medidas de leche. ¿Cuál es el porcentaje de cacao en el chocolate a la taza que estamos haciendo?

Solución: Análogo al del primer modelo. Hay 8 unidades en total. Por tanto el porcentaje de cacao en la bebida será del

$$\frac{2}{8}100\% + \frac{2}{8}50\% + \frac{4}{8}0\% = \frac{75}{2}\% = 37.5\%.$$

5. Resuelve en la base 12 la siguiente operación: $7005008_{(12)} - 101A023_{(12)}$.

Solución: En este caso $5BA6BA5_{(12)}$.

6. Calcula el menor número de 4 cifras que es, simultáneamente, múltiplo de 40, 55 y 44.

Solución: Análogo al primer modelo. De hecho, dado que $m.c.m.(40, 55, 44) = 2^3 \times 5 \times 11 = 440$, la solución es $3 \times 440 = 1320$.

7. Sabiendo que $174633 = 543 \times 321 + 330$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto que resultan al dividir 1747333 entre 5430.

Solución: Para explicar bien el proceso busca modelos anteriores, contienen bastantes detalles. En este caso $c = 321$ y $r = 4303$.

8. Si un traje me costó en las rebajas 420 euros, y se le había aplicado un descuento del 40%. ¿Cuánto me hubiese costado el traje si lo hubiese comprado antes de las rebajas?

Solución: Igual que el primero modelo. He pagado el 60% del traje, por tanto el traje cuesta

$$\frac{1}{60\%}420 = \frac{10}{6}420 = 700 \text{ Euros.}$$

9. Calcula, dando el resultado como fracción irreducible:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{7} - \frac{1}{6} \div \frac{3}{4}$$

Solución: 23/18.

10. Ordena las siguientes fracciones de mayor a menor:

$$A = \frac{2469}{1234}, \quad B = \frac{24691}{12345}, \quad C = \frac{247}{123}.$$

Solución: Si tomamos la mitad de todos (multiplicando el denominador por dos), el numerador es mayor que el denominador (por 1). Por tanto, a menor denominador mayor es la fracción. Así, $C > A > B$.



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE II – Tiempo: 1h 20

En esta parte si está permitido el uso de calculadora

Problema 1. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

Sabiendo que el Señor Brown nació el viernes (Santo) 30 de Marzo de 1945, y que en 2018 cumplió dos años (es decir, su cumpleaños fue viernes Santo). Queremos saber en qué año cumplió un año, es decir, que el 30 de Marzo de ese año también fuera viernes santo.

Nota 1: Se puntuará en parte si se calculan los años que fueron viernes o cómo detectarlos.

Nota 2: Podeis suponer que todos los ciclos lunares tienen 28 días.

Recordad que el jueves Santo siempre hay luna llena.

Solución: [Ver el modelo primero.](#)

Nota:

Problema 2. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Encuentra los números de la forma

$$155155xx155y$$

tales que al dividirlos por 6 dan de resto 5, y son múltiplos de 7.

Solución: Si un número de esa forma al dividirlo por 6 tiene de resto 5, quiere decir que al dividirlo por 2 tiene resto 1, es decir, es par, luego y es impar. Y además, al dividirlo por 3 tiene de resto 2, por tanto nos queda la ecuación:

$$155155xx155y \rightarrow 1 + 5 + 5 + 1 + 5 + 5 + x + x + 1 + 5 + 5 + y \rightarrow 2x + y \rightarrow 2 \quad (3).$$

Si repetimos el mismo proceso para el 7 (ver fichero 12x5.pdf para los detalles), nos resulta:

$$155155xx155y \rightarrow y + 5 \times 3 + 5 \times 2 + 1 \times 6 + x \times 4 + x \times 5 + 5 \times 1 + 5 \times 3 + 1 \times 2 + 5 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 5$$

reduciendo (dividiendo por 7) se obtiene

$$155155xx155y \rightarrow 3 + 2x + y \rightarrow 0 \quad (7)$$

Como sabemos que y es impar, entonces para que se cumpla la segunda ecuación se tienen los valores de x siguientes:

y	1	3	5	7	9
x	5	4	3	2,9	1,8

Y de esa tabla solo cumplen la otra ecuación los pares $x = 5, y = 1$; $x = 4, y = 3$; $x = 3, y = 5$; $x = 2, y = 7$; $x = 1, y = 9$.

Por tanto los números son:

$$155155551551, \quad 155155441553, \quad 155155331555, \quad 155155221557, \quad 155155111559.$$

Nota:

Problema 3. (La explicación de la resolución del problema supone el 40% de la nota.)

Tres amigas, Carmen, Pilar y Victoria, trabajan en una misma tienda. Si Carmen gana un 5% menos que Victoria, Pilar gana un 3% menos que Victoria, y Carmen gana 700 Euros. ¿Cuánto gana Pilar?

Solución: El problema nos indica que

$$C = 95\%V, \quad P = 97\%V, \quad C = 700 \text{ Euros.}$$

Por tanto Pilar gana

$$P = 0'97 \times \frac{1}{0'95} C = 714'737 \text{ Euros.}$$

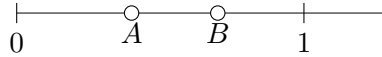
Nota:

Nombre:

Número:

Problema 4. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

En la figura se representan dos números racionales, A y B . Determina, en cada caso, en qué intervalo están los números $A \times B$, A/B y B/A .



Solución: [Ver solución del problema en la web.](#) Problema 5 a) de hoja 3.1 del curso.

Nota:

Problema 5. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Escribe al menos 10 divisores del número 3112725 que son múltiplos de 2695.

Solución: Igual que el primer modelo.

Nota:

Nombre: _____

Número:



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE I – Tiempo: 1h 15

— PI:

— PII:

Resuelve las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las tienes que realizar en papel en sucio. Aquí solo debes escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado. No se pueden usar calculadoras.

1. Calcula el menor número natural que tenga 1000 divisores, sea múltiplo de 490×25 , y sea coprimo con 33.

Solución: Igual que el primer modelo. En este caso concreto dicho número es

$$19 \times 17 \times 13 \times 7^4 \times 5^4 \times 2^4.$$

2. ¿Cuántas botellas de $6/7$ de litro se necesitan para almacenar 300 litros de horchata?

Solución: Igual que el del primero modelo, necesitaremos $7 \times 50 = 350$ botellas de $6/7$.

3. ¿Cuántos números naturales son menores que 1000000_3 ? **Razona la respuesta.**

Solución: Igual al del primer modelo. Hay $3^6 - 1$ números naturales menores que él.

4. Preparamos una receta de chocolate a la taza que nos dice que pongamos 1 medida de cacao puro, 2 medidas de chocolate con un 70% de cacao y 2 medidas de leche. ¿Cuál es el porcentaje de cacao en el chocolate a la taza que estamos haciendo?

Solución: Análogo al del primer modelo. Hay 5 unidades en total. Por tanto el porcentaje de cacao en la bebida será del

$$\frac{1}{5}100\% + \frac{2}{5}70\% + \frac{2}{5}0\% = 48\%.$$

5. Resuelve en la base 9 la siguiente operación: $7005008_9 - 1018023_9$.

Solución: En este caso 5875875_9 .

6. Calcula el menor número de 4 cifras que es, simultáneamente, múltiplo de 56, 49 y 28.

Solución: Análogo al primer modelo. De hecho, dado que $m.c.m.(56, 49, 28) = 2^3 \times 7^2 = 392$, la solución es $3 \times 392 = 1176$.

7. Sabiendo que $174633 = 543 \times 321 + 330$, encuentra razonadamente - **sin hacer la división** - el cociente y el resto que resultan al dividir 1747333 entre 3210.

Solución: Para explicar bien el proceso busca modelos anteriores, contienen bastantes detalles. En este caso $c = 544$ y $r = 1093$.

8. Si un traje me costó en las rebajas 350 euros, y se le había aplicado un descuento del 30%. ¿Cuánto me hubiese costado el traje si lo hubiese comprado antes de las rebajas?

Solución: Igual que el primero modelo. He pagado el 70% del traje, por tanto el traje cuesta

$$\frac{1}{70\%} 350 = \frac{10}{7} 350 = 500 \text{ Euros.}$$

9. Calcula, dando el resultado como fracción irreducible:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \div \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{7}$$

Solución: 13/9.

10. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$A = \frac{2345}{4691}, \quad B = \frac{23456}{46913}, \quad C = \frac{234}{469}.$$

Solución: Si tomamos el doble de todos, el numerador es menor que el denominador (por 1). Por tanto, a mayor denominador menor es la fracción. Así, $C < A < B$.



12/06/2018	Matemática I	Curso 2017-18	Ex. Extraordinario
Nº:	Apellidos:	Nombre:	

PARTE II – Tiempo: 1h 20

En esta parte si está permitido el uso de calculadora

Problema 1. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

Sabiendo que el Señor Brown nació el viernes (Santo) 30 de Marzo de 1945, y que en 2018 cumplió dos años (es decir, su cumpleaños fue viernes Santo). Queremos saber en qué año cumplió un año, es decir, que el 30 de Marzo de ese año también fuera viernes santo.

Nota 1: Se puntuará en parte si se calculan los años que fueron viernes o cómo detectarlos.

Nota 2: Podeis suponer que todos los ciclos lunares tienen 28 días.

Recordad que el jueves Santo siempre hay luna llena.

Solución: [Ver el modelo primero.](#)

Nota:

Problema 2. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Encuentra los números de la forma

$$155155xx155y$$

tales que al dividirlos por 6 dan de resto 2, y son múltiplos de 7.

Solución: Si un número de esa forma al dividirlo por 6 tiene de resto 2, quiere decir que al dividirlo por 2 tiene resto 0, es decir, es par, luego y es par. Y además, al dividirlo por 3 tiene de resto 2, por tanto nos queda la ecuación:

$$155155xx155y \rightarrow 1 + 5 + 5 + 1 + 5 + 5 + x + x + 1 + 5 + 5 + y \rightarrow 2x + y \rightarrow 2 \quad (3).$$

Si repetimos el mismo proceso para el 7 (ver fichero 12x5.pdf para los detalles), nos resulta:

$$155155xx155y \rightarrow y + 5 \times 3 + 5 \times 2 + 1 \times 6 + x \times 4 + x \times 5 + 5 \times 1 + 5 \times 3 + 1 \times 2 + 5 \times 6 + 5 \times 4 + 1 \times 5$$

reduciendo (dividiendo por 7) se obtiene

$$155155xx155y \rightarrow 3 + 2x + y \rightarrow 0 \quad (7)$$

Como sabemos que y es par, entonces para que se cumpla la segunda ecuación se tienen los valores de x siguientes:

y	0	2	4	6	8
x	2,9	1,8	0,7	6	5

Y de esa tabla ninguno cumple la otra ecuación por tanto no existen números de esta forma que cumplan estas condiciones.

Nota:

Problema 3. (La explicación de la resolución del problema supone el 40% de la nota.)

Tres amigas, Carmen, Pilar y Victoria, trabajan en una misma tienda. Si Carmen gana un 3% menos que Victoria, Pilar gana un 5% menos que Victoria, y Carmen gana 700 Euros. ¿Cuánto gana Pilar?

Solución: Igual que el modelo segundo.

Nota:

Nombre:

Número:

Problema 4. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)

En la figura se representan dos números racionales, A y B . Determina, en cada caso, en qué intervalo están los números $A \times B$, A/B y B/A .



Solución: [Ver solución del problema en la web.](#) Problema 5 c) de hoja 3.1 del curso.

Nota:

Problema 5. (La explicación de la resolución del problema supone el 50% de la nota.)
Escribe al menos 10 divisores del número 3112725 que son múltiplos de 2695.

Solución: Igual que el primer modelo.

Nota:

Nombre:

Número:

