Departamento de Física y Matemáticas

13/06/2019	Matemáticas I	Curso 2018-19	**JUNIO**
Apellidos:		Nombre:	**N°:**

PARTE I -- Tiempo: 1h 20 | PI: | PII: | NOTA:

Resuelva las siguientes cuestiones **en el espacio reservado para ello**. Las cuentas las debe realizar en papel en sucio. Aquí debe escribir un resumen de las cuentas y, sobre todo, el razonamiento utilizado descrito brevemente. No se puede utilizar calculadora en esta parte.

1. Simplifique lo máximo posible la siguiente expresión numérica:

$$1 + 2 \div 3 \times (1 + 2) - 6 \times 2 \div (4 - 8).$$

Solución: 6, se ha aplicado la regla paréntesis, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas, respetando orden de izquierda a derecha.

2. Indique cuál de las siguientes fracciones es menor.

$$A = \frac{123}{370}, \qquad B = \frac{124}{373}.$$

Solución: Observamos que ambos números son próximos a 1/3, por tanto su multiplicamos ambos por 3, ambas son cercanos a uno. De hecho, excepto una porción y la primera tiene los trozos más grandes.

3. Exprese la siguiente fracción como cociente (irreducible) de dos números enteros:

$$0,\overline{31} \div 0,00\overline{3}.$$

Solución:

$$0,\overline{31} = \frac{31}{99}, \quad 0,00\overline{3} = \frac{1}{300} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{3100}{33}.$$

4. Encuentre un número cuya cifra de las unidades sea el 5, que tenga exáctamente 10 divisores, y sea coprimo con el 21.

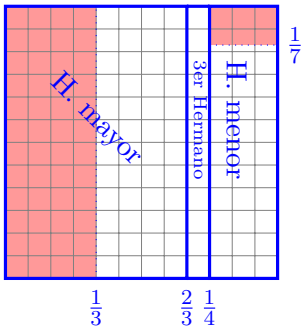
Solución: Como acaba en 5 es múltiplo de 5, así hay varias posibilidades:

$$5 \times 11^4, \quad 5^4 \times 11, \quad 5 \times p^4, \quad 5^4 \times p, \quad \text{o} \quad 5^9,$$

donde p es un primo superior a 7.

5. Tres hermanos deben repartirse una finca. Al mayor le corresponden 2/3 de la finca donde la mitad son frutales, al menor le corresponde 1/4 de la finca de la que 1/7 son frutales, y al mediano le corresponden 10 hectáreas y no dispone de frutales. Calcule cuántas hectáreas del terreno tiene frutales. Dar el resultado con una cifra decimal.

Solución: La parcela la podemos ver de la siguiente forma:



donde la zona roja son los frutales, y las lineas gruesas las parcelas de cada hermano. Por tanto el tercer hermano posee 1/12 del terreno, que equivale a 10 ha., es decir el terreno tiene 120 ha., y dado que la porción del terreno con frutal es de

$$\frac{1}{2}\frac{2}{3}+\frac{1}{7}\frac{1}{4}=\frac{31}{84} \quad \Rightarrow \quad \frac{93}{21}\approx 44,3 \text{ ha.}$$

☐ 6. Realice la siguiente operación en la base 14: **Solución:**

$$1\ \boxed{7}\ 2\ \boxed{D}\ 1\ \boxed{7}\ 7_{(14}-1\ \boxed{B}\ 2\ \boxed{9}\ A\ \boxed{9}_{(14}=\boxed{1}\ 5\ 5\ A\ 5\ A\ C_{(14}.$$

☐ 7. Tres amigos deben repartirse cierta cantidad de dinero. Sabemos que el primer amigo trabajó el doble que el segundo, y que el tercer amigo trabajó un 30% menos que el segundo amigo. ¿En qué proporción deben repartirse dicho dinero?

Solución: Este problema se resuelve utilizando proporciones, Por cada 10 euros que gana el 2do amigo, el primero gana 20, y el tercero gana 7, luego entre los tres ganan 37 euros. Por tanto la proporción de los tres amigos es:

$$\frac{20}{37}, \qquad \frac{10}{37}, \qquad \text{y} \qquad \frac{7}{37}.$$

☐ 8. Llame X al mayor dígito de tu DNI. Llame Y al menor dígito de tu DNI. Encuentre el mayor número de 3 cifras el cual al dividirlo entre 2*X se obtiene de resto Y+2.

Solución: Depende de los datos que tenga. Por ejemplo: si $X = 9$ e $Y = 0$, se obtiene 992; si $X = 9$ e $Y = 1$, se obtiene 993; si $X = 9$ e $Y = 2$, se obtiene 994; si $X = 8$ e $Y = 0$, se obtiene 994; si $X = 8$ e $Y = 1$, se obtiene 995; etc.

☐ 9. Un astronauta que salió hacia Jupiter hace 11 años, 11 días, y 13 horas, llegó hoy, Jueves, a la 11 horas a su destino. Indique qué día de la semana partió hacia su destino.

Observación: Tenga en cuenta los años bisiestos.

Solución: Dado que hay dos años bisiestos en dicho periodo, y que hay que contar un día más por la información proporcionada, se tiene que ha estado

$$11 \times 365 + 2 + 1 \quad \text{días,}$$

que al dividirlo por 7 (días de una semana) se obtiene 4. Por tanto salió un domingo.

☐ 10. Un grupo de grupo de marineros llevan comida en su bote para navegar cierto número de días. Pero a la mitad del camino se dieron cuenta de que 1/3 de la comida que le quedaba estaba en mal estado. ¿Qué porcentaje de su ingesta diaría debieron reducir desde dicho día para poder llegar a su destino?

Solución: Es un problema de proporción inversa, dado que 1/3 de la comida no puede consumirse, deben reducir su ingesta 1/3.

Todos los apartados tienen la misma calificación.

Departamento de Física y Matemáticas

13/06/2019	Matemáticas I	Curso 2018-19	**Parcial**
Apellidos:		Nombre:	**N°:**

PARTE II -- Tiempo: 1h 20 | P1: | P2: | P3: | P4: | P5: | PII:

Importante: Debe **razonar** adecuadamente las resolución de cada problema. Para esta parte puede utilizarse calculadora.

`Problema 1.` Cuántos divisores tiene el número 111111. De éstos, cuáles son múltiplos de 143.

Solución: Dado que $143 = 11 \times 13$, y que $111111 = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$ entonces el número tiene 32 divisores. De estos, los múltiplos de 143 son

$$143 * \{1, 3, 7, 21, 37, 111, 259, 777\}.$$

`Problema 2.` Dos ciclistas parten de un punto A, hacia un punto B, que dista de A 240 Kms. El primero sale una hora antes que el segundo a una velocidad de 20 Km/h. Si sabemos que se encuentran en el punto medio, ¿Qué porcentaje de la velocidad del primer ciclista debe llevar el segundo ciclista?

Solución: Dado que el primero ha recorrido 120 Kms, y va a 20 Km/h, ha tardado 6 horas, el segundo salió una hora más tarde, por tanto tardó 5 horas, en recorrer 120 Kms, es decir, que va a 24 Km/h.

Empleando proporción directa se tiene que el segundo ciclista va un velocidad que es el 120% de la velocidad del primero, ya que 4 es el 20% de 20.

`Problema 3.` Encuentre, si es posible, un número de la forma

$$131313xx131313yy131$$

que es de tal forma que si lo dividmos entre 7 obtenemos de resto 4, y si lo dividimos entre 18 obtenemos de resto 7.

Solución: Si descomponemos el número tenemos que

$$131313xx131313yy131 = 1313130013131300131 + x(1100000000000) + y(11000).$$

Primero consideramos la condición al dividir entre 7, obteniendo:

$$5 + 6x + 3y \to 4 \quad \text{divido entre } 7.$$

La segunda condición, dado que el número es impar, basta dividir entre 9, y que el resto sea 7, quedando:

$$2 + 2x + 2y \to 7 \quad \text{divido entre } 9.$$

Por tanto, simplificando las ecuaciones nos queda:

$$1 + 6x + 3y \to 0 \quad \text{divido entre } 7, \qquad 2x + 2y \to 5 \quad \text{divido entre } 9.$$

Vemos que la primera ecuación tiene como soluciones:

$(x, y) = \{(0, 2), (0, 9), (1, 0), (1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1), (4, 8), (5, 6), (6, 4), (7, 2), (7, 9), (8, 0), (8, 7), (9, 5)\}$,

y de éstos cumplen la segunda ecuación:

$$(x, y) = \{(2, 5), (7, 9))\}.$$

`Problema 4.` Un faro emite 4 señales diferentes: emite la señal roja cada 70", la señal azul cada 18", la señal amarilla cada 5' 20", y la señal blanca cada 25'40".

Si justo ayer todas ellas coincidieron a las 0:01. Se pide:

(i) ¿Cuántas veces coinciden durante el díade hoy?

(ii) Si un amigo llegó hoy justo cuando el faro emite, simultáneamente y por séptima vez, las señales azul, amarilla y blanca. ¿A qué hora verá mi amigo al faro emitir la señal roja por primera vez? Expresa el resultado en horas, minutos y segundos.

Solución: Teniendo en cuenta todos los tiempos, se deduce que coinciden cada

$$\text{m.c.m.}(18, 70, 320, 1540) = 221760 \text{ s},$$

que son 2 días, 13 horas, 36'. Por tanto (i) no coinciden nunca hoy.
(ii) Y cuando coinciden las tres señales indicadas, también lo hacen con la cuarta pues 70 es un divisor del m.c.m. anterior, y esto sucede a los 6×221760 segundos que son 15 días, 9 horas, y 36 minutos de la primera vez 'ayer' a las 0:01, por tanto verá la luz roja a las 9h 37'.

`Problema 5.` Si tenemos dos magnitudes inversamente proporcionales, y una de ellas la aumento en un 40%, ¿en qué porcentaje disminuye la otra?

Solución: Si tenemos dos magnitudes, digamos X e Y que son inversamente proporcionales, entonces $X \times Y$ es constante, luego si ahora $X \to X + 40\%X = 1,4X$, entonces queremos saber que le pasa a Y',

$$X \times Y = \text{constante} = 1,4XY' \quad \Rightarrow \quad Y' = \frac{1}{1,4}Y = \frac{500}{7}Y \approx 71,43\%Y,$$

por tanto la magnitud Y ha disminuido un 28,57%.

Nombre: Número: