Universidad Loyola

Titulación: ______________________________ **Núm:**_____

Asignatura: `Álgebra / Matemáticas I`

Curso: `Primero` Fecha: **22/01/2024**

Convocatoria ordinaria

Apellidos:____________________________Nombre:__________________ Grupo: L, V/ M,V

Instrucciones

- **En este documento se deben escribir las soluciones** en la zona indicada para ello.
- No se recomienda el uso de calculadora.
- Los apartados pueden realizarse en el orden que se desee.
- Se recomienda que apartados distintos se realicen, al menos, en caras de folio distintas.

Primera parte

1. (7 puntos) Sea $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 \ : \ 2x_1 - x_4 = 0,\ x_2 + x_3 + x_4 = 0,\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 0\}$.

a) (1'5 puntos) Demuestre que es un espacio vectorial y que su dimensión es 2.

`Respuesta: Responder en la hoja del ejercicio correspondiente.`

b) (1'5 puntos) Obtenga una base $\mathcal{B}_1$.

`Respuesta:`

c) (1 punto) Demuestre que $\mathcal{B}_2 = \{(1, -2, 0, 2, 0), (1, -3, 1, 2, 1)\}$ es una base de V.

`Respuesta:`

d) (2 puntos) Obtenga la matriz de cambio de base de $\mathcal{B}_2$ a $\mathcal{B}_1$.

`Respuesta:`

e) (1 punto) Obtenga, si los hay, los vectores de V tales que $(x, y)_{\mathcal{B}_1} = (y, x)_{\mathcal{B}_2}$.

`Respuesta:`

2. (3 puntos) Dado el endomorfismo de matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

a) (1 punto) Obtenga la dimensión de su imagen. `Respuesta:`

b) (2 puntos) Obtenga la dimensión y una base de su núcleo.

`Respuesta:`

Universidad Loyola

Titulación: ______________________ **Núm:**____

Asignatura: `Álgebra / Matemáticas I`

Curso: `Primero` Fecha: **22/01/2024**

Convocatoria ordinaria

Apellidos:______________________Nombre:______________ Grupo: L, V/ M,V

Segunda parte

1. (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones en su forma matricial:

$$(A|b) = \left(\begin{array}{ccccc|c} -2 & 2 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -7 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & -10 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & 9 & -8 & 6 & 5 & 12 \\ -2 & -4 & 23 & -14 & 4 & -29 \end{array}\right)$$

a) (1'5 puntos) Encuentre su factorización LU o PLU, y a partir de ella el determinante de A. Justifique su respuesta.

`Respuesta:`

b) (1'5 puntos) Resuélva el sistema de ecuaciones empleando la factorización obtenida en el apartado a).

`Respuesta:`

2. (4 puntos) Justifique, para cada una de las matrices, si es o no diagonalizable. Encuentre en su caso una matriz de paso P y una forma diagonal D o su forma de Jordan J.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & 9 & 7 \end{pmatrix}, \qquad N = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \\ 3 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

3. (2 puntos) Encuentre una matriz X tal que $AX + B = 3\mathbb{I} + BX - C$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

`Respuesta:` $X = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$