Universidad Loyola

Titulación: ______________________________

Asignatura: `Álgebra / Matemáticas I`

Curso: `Primero` Fecha: **09/02/2024**

Convocatoria extraordinaria

Apellidos:______________________________ Nombre:____________________ Grupo: L, V/ M,V

Instrucciones

- No se recomienda el uso de calculadora.
- Los ejercicios pueden realizarse en el orden que se desee.
- Se recomienda que ejercicios distintos se realicen, al menos, en caras de folio distintas.

Primera parte

1. (7 puntos) Sea $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 \ : \ x_1 + x_4 + x_5 = 0, \ 2x_3 - x_4 = 0, \ x_2 + 2x_3 + x_5 = 0\}$.

a) (1 punto) Calcule, justificando la respuesta, la dimensión de W.

b) (2 puntos) Obtenga una base $\mathcal{B}_1$ de W tal que $x_1 = -1$ para el primer elemento de la base y $x_1 = -2$ para el segundo.

c) (1 punto) Demuestre que $\mathcal{B}_2 = \{(0, 0, 1, 2, -2), (1, 1, 1, 2, -3)\}$ es una base de W.

d) (2 puntos) Obtenga las ecuaciones del cambio de base de $\mathcal{B}_2$ a $\mathcal{B}_1$.

e) (1 punto) Compruebe que $\vec{v} = (4, 4, -2, -4, 0)$ está en W y obtenga las coordenadas del vector $\vec{v}$ respecto a las bases $\mathcal{B}_1$ y $\mathcal{B}_2$.

2. (3 puntos) Dado el endomorfismo de matriz

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -4 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

a) (1 punto) Obtenga la dimensión de su imagen.

b) (2 puntos) Obtenga la dimensión y una base de su núcleo.

Calificación P1: **1.** ______ **2.** ______ **1ra P:** ______

Universidad Loyola

Titulación: ______________________________

Asignatura: `Álgebra / Matemáticas I`

Curso: `Primero` Fecha: **09/02/2024**

Convocatoria extraordinaria

Apellidos:____________________________Nombre:__________________ Grupo: L, V/ M,V

Segunda parte

1. (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{aligned} x+y+z+2t&=10\\ 3x+6y+3z&=12\\ x+3y+4z+6t&=11\\ 3x+4y+7z&=12 \end{aligned}\right\}$$

a) (1'5 puntos) Encuentre su factorización LU o PLU, y a partir de ella, su determinante justificando la respuesta.

b) (1'5 puntos) Resuélva el sistema de ecuaciones empleando la factorización obtenida en el apartado a).

2. (4 puntos) Para cada una de las siguientes matrices justifique si es, o no, diagonalizable y obtenga para cada caso la matriz de paso P y la matriz diagonal/Jordan, D o J, correspondientes.

$$M=\begin{pmatrix}4&2&0\\2&4&0\\1&0&2\end{pmatrix},\qquad N=\begin{pmatrix}-7&-6&0\\12&12&1\\-18&-18&-1\end{pmatrix}$$

3. (3 puntos) Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\2&-2&-1\\-2&4&3\end{pmatrix}$$

Demuestre que A no es singular y que, de hecho, su inversa es igual a

$$\frac{1}{2}\left(\mathbb{I}_3+2A-A^2\right).$$

Calificación P2: **1.** ____ **2.** ____ **3.** ____ **2da P:** ____