

Recuperación Parcial 1

Nombre y apellidos: _____

1. (1 punto) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$, b) $y = \frac{1}{\operatorname{sen} x - 1/2}$, c) $y = x^2 \cos(\frac{1}{x})$, d) $y = \log(1 - x^3)$

2. (2 puntos) Dada la función

$$y = \begin{cases} \cos(\pi - x) & \text{si } x < 0, \\ ax + b & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

(a) (1'5 puntos) Calcule los valores de a y b para que la función sea derivable en $x = 0$.(b) (0'5 puntos) Calcule la recta tangente a su gráfica cuando $x = 0$.

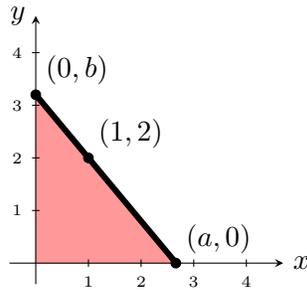
3. (3 puntos) Determine si el enunciado es verdadero o falso. Para los que sean falsos, explique brevemente por qué o proporcione un ejemplo que lo demuestre.

(a) Si $b^2 - 4ac > 0$ y $a \neq 0$, entonces la gráfica de $y = ax^2 + bx + c$ tiene dos puntos de corte con el eje X .

- (b) Si el dominio de una función consta de un solo número, entonces su rango también consta de un solo número.

- (c) Si $(-4, -5)$ es el punto en una gráfica que es simétrica con respecto al eje X , entonces $(4, -5)$ también es un punto en la gráfica.

4. (4 puntos) Un triángulo rectángulo se forma en el primer cuadrante mediante los ejes X e Y , y una recta que pasa por el punto $(1, 2)$



- (a) Escriba la longitud L de la hipotenusa como una función de a .
- (b) Determine los vértices del triángulo de tal forma que su área sea mínima.

Nombre y apellidos: _____

Ejercicio 1. (3'5 puntos) Dada la función:

$$z = \frac{y}{x + y}$$

a) (1 punto) Halle su gradiente en el punto (3, 0)

b) (1'5 puntos) Calcule la derivada direccional en el mismo punto en la dirección que apunta hacia el punto (0, 4). Interprete el resultado.

c) (1 punto) Calcule la derivada en el mismo punto en la dirección de mínima tasa de cambio.

Ejercicio 2. (1 punto) Calcule el plano tangente a la función $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ en el punto (3, 4, 5).

Ejercicio 3. ⟨1'5 puntos⟩ Compruebe que la función $z = (4x^2 + y^2)e^{1-x^2-y^2}$ tiene un punto crítico en $(0, 0)$ y clasifíquelo.

Ejercicio 4. ⟨4 puntos⟩ Dada la función $z = 2(x + 1)xy - (1 + 2x)y^3$:

- a) ⟨3 puntos⟩ Obtenga sus puntos críticos.
- b) ⟨1 punto⟩ Clasifíquelos hasta donde sea posible empleando exclusivamente el criterio del hessiano.