

Recuperación Parcial 1

Nombre y apellidos: _____

Ejercicio 1. (1 punto) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt[3]{1-x^2} - x^2$, b) $y = x^2 11^{\cos x} + \text{sen}(x^2)$, c) $y = \frac{x}{1-e^{-x}}$, d) $y = \log(\log(1-x))$

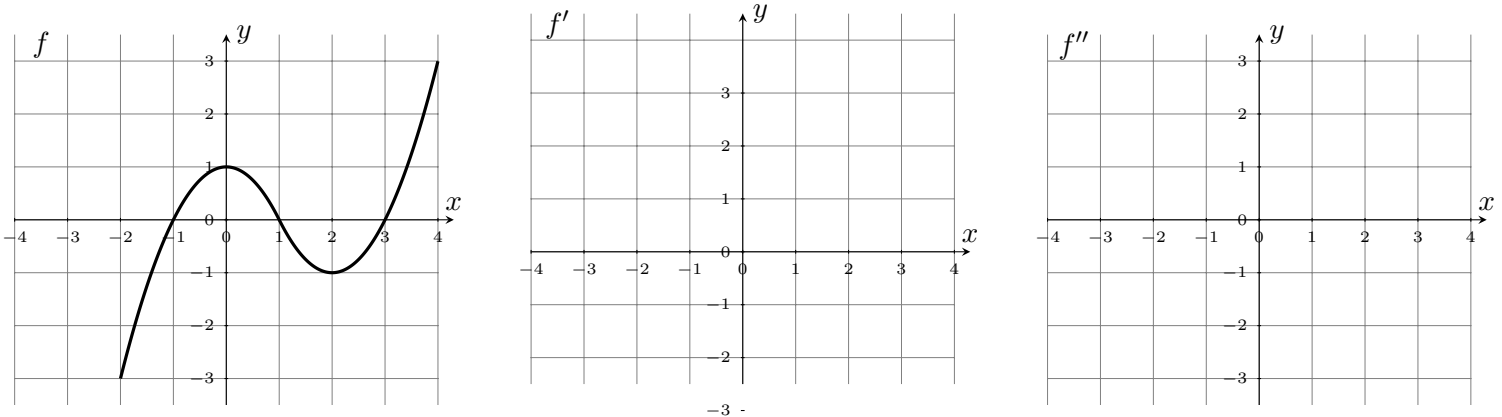
Ejercicio 2. (2'5 puntos) Dada la función

$$y = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 0, \\ \frac{\sqrt[3]{a-bx+x^2}}{(x-1)^2} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

(a) (2 puntos) Calcule los valores de a y b para que la función sea derivable en $x = 0$.

(b) (0'5 puntos) Calcule la recta tangente a su gráfica cuando $x = 0$.

Ejercicio 3. (2'5 puntos) Consideremos la función f cuya gráfica es:



(a) Dibuja, aproximadamente y justificando la respuesta, las gráficas de f' y f'' .

(b) Si la expresión de f es

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{si } x \leq 1, \\ dx^2 + ex + f & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

halle los valores de a, b, c, d, e y f .

Ejercicio 4. (4 puntos) Se quiere consruir una sala de ejercicios de forma rectangular con un semicírculo en

cada extremo. Si el perímetro de la sala tiene que ser 200 m:

a) (2 puntos) Expresa el área de la sala en función de la base x del rectángulo.

b) (2 puntos) Halle las dimensiones de la sala que hacen máxima su área.

Parcial 2

Nombre y apellidos: _____

Ejercicio 1. ⟨5 puntos⟩ Dada la función:

$$z = (x^2 + y^{-2}) \log(1 + x - y).$$

- a) ⟨1 punto⟩ Halle su dominio.
- b) ⟨1 punto⟩ Halle su gradiente en el punto $(1, 1)$
- c) ⟨2 puntos⟩ Calcule la derivada direccional en el mismo punto en la dirección que apunta al origen. Interprete el resultado.
- d) ⟨1 puntos⟩ Calcule la derivada direccional en el mismo punto en la dirección de máxima tasa de cambio.

Ejercicio 2. ⟨1 punto⟩ Si el plano tangente a $z = f(x, y)$ en el punto (a, b, c) es $z = c + 2(x - a) + 3(y - b)$, ¿puede ser (a, b, c) un punto crítico de f ? Justifique la respuesta.

Ejercicio 3. ⟨4 puntos⟩ Obtenga y clasifique los puntos críticos de la función

$$z = x^4 - 2x^2y + \frac{1}{2}y^4.$$