

Nombre y apellidos: _____

Recuperación parcial 1

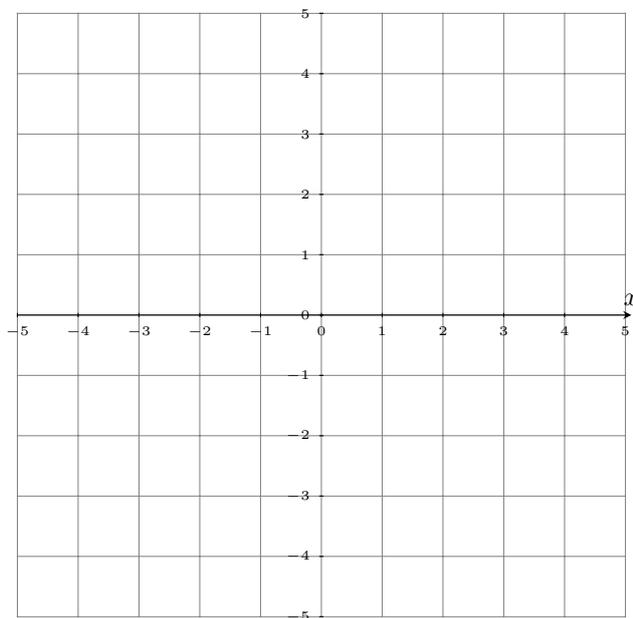
Problema 1. (2 puntos) Sea d_2 la distancia euclídea.

Sea d_∞ la distancia infinito definida como $d_\infty((x, y), (z, t)) = \max\{|x - z|, |y - t|\}$;

consideremos la siguiente métrica:

$$R(p, q) = \begin{cases} 2d_2(p, q) & \text{si } d_\infty(p, q) \leq 2 \\ \frac{10d_2(p, q)}{d_2(p, q) + 2} & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

Asumiendo que R es una métrica, represente sobre la zona indicada la bola $B((2, 1), 6)$.



Problema 2. (3 puntos) Determine el rango de la función $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 + y^{-2}} \cos(4 - x^{-2} - y^2)$.

Razone la respuesta.

Problema 3. (5 puntos) Sean a , b y c tres números reales, y sea

$$f(x, y) = \frac{\sqrt[5]{xy + x - y} - ax - by + c}{(x + 1)^2 + (y + 1)^2}.$$

Para ello, se pide:

a) (3 puntos) Calcule los valores de a , b y c para que el límite en el $(-1, -1)$ pueda existir.

b) (2 puntos) Justifique si el límite

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (-1, -1)} f(x, y)$$

puede existir con los valores obtenidos previamente.

Nombre y apellidos: _____

Recuperación parcial 2

Problema 1. <4 puntos> Considere la función

$$f(x, y) = (x^{-2} + y^{-2}) e^{x^2 + y^2 - 4}.$$

- (a) Determine los puntos críticos de $f(x, y)$.
- (b) Clasifíquelos.

Problema 2. <4 puntos> Dada la función

$$z = f(x, y) = x^6 y^2 - 6xy + y^6.$$

Indique, si existen, valores de a y b , tales que el plano tangente a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $P(1, a, b)$ pase por el punto $(-1, 2, -2)$. Indique los valores de a y b obtenidos.

Problema 3. <2 puntos> Calcule, aplicando la regla de la cadena, $dm(t, s)/dt$ y $dm(t, s)/ds$ para $s = 1$, $t = \pi/3$, siendo $m(x, y) = \log(x^2 - y^{-2})$, $x = s \cos(t)$, e $y = s/t$.

Nombre y apellidos: _____

Recuperación del Parcial 3

Problema 1. (10 puntos) Se considera la función

$$F(x, y, z) = \sqrt[3]{xyz} - \sqrt[3]{xz + 1} + 1.$$

Se pide:

- a) (3 puntos) Encuentre, si existe, un punto P donde $F(x, y, z) = 0$ defina a la variable x como función en las variables y y z en un entorno de dicho punto.
- b) (3 puntos) Obtenga el plano tangente a la superficie $F(x, y, z) = 0$ en el punto $(1, 1, -1)$.
- c) (4 puntos) Obtenga el polinomio de Taylor de segundo orden de la función $y(x, z)$ en un entorno del punto $(1, -1)$.