Grado en Matemática Aplicada 2020

Cálculo II -- 7 de junio

Convocatoria Ordinaria

Nombre y apellidos: ______________________________

Recuperación parcial 1

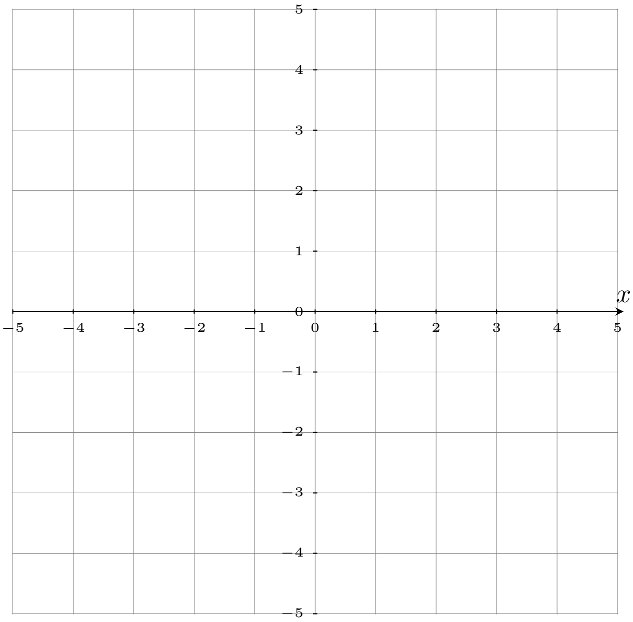
Problema 1. ⟨2 puntos⟩ Sea d_1 la distancia 1 definida como $d_1((x,y),(z,t)) = |x-z| + |y-t|$;

Sea d_∞ la distancia infinito definida como $d_\infty((x,y),(z,t)) = \max\{|x-z|, |y-t|\}$;

consideremos la siguiente métrica:

$$R(p,q) = \begin{cases} 3d_\infty(p,q) & \text{si } d_1(p,q) \leq 2 \\ \dfrac{5d_\infty(p,q)}{d_\infty(p,q)+2} & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

Asumiendo que R es una métrica, represente sobre la zona indicada la bola $B((-1,0),3)$.



Problema 2. ⟨1'5 puntos⟩ Determine el dominio de la función $f(x,y) = (x^2 + y^{-2})\log(4 - x^2 - y^2)$.

Problema 3. ⟨4 puntos⟩ Sean a, b y c tres números reales, y sea

$$f(x,y) = \frac{\sqrt[3]{xy - x + y} - ax + by + c}{(x-1)^2 + (y-1)^2}.$$

Para ello, se pide:

a) Calcule los valores de a, b y c para que el límite en el $(1,1)$ pueda existir.

b) Para dichos valores calcule el límite en el $(1,1)$ a través de las rectas $y - 1 = m(x-1)$ donde m es real.

Problema 4. ⟨2'5 puntos⟩ Dada la función $f(x,y) = x^2 - 4y^2$, se pide:

a) ⟨1'5 puntos⟩ Halle e identifique los cortes de la superficie $z = f(x,y)$ con los planos XY, XZ, YZ.

b) ⟨1 punto⟩ Calcule, identifique y represente las curvas de nivel $z = 1$ y $z = 2$.

Nombre y apellidos: ______________________________

Recuperación parcial 2

Problema 1. ⟨4 puntos⟩ Considere la función

$$f(x,y) = \frac{1}{3}y^3 - 3y^2 + \frac{x^2}{4} + xy + 13y - x + 2.$$

(a) Determine los puntos críticos de $f(x,y)$ y estudie de qué tipo son.

(b) Indique cuáles de los puntos anteriores se encuentran sobre la curva cuya ecuación es $x^2 + y^2 - 22y + 41 = 0$.

Problema 2. ⟨4 puntos⟩ Dada la función

$$z = f(x,y) = x^6y^2 - 6xy + y^6.$$

Indique, si existen, valores de a y b, tales que el plano tangente a la superficie $z = f(x,y)$ en el punto $P(b,1,a)$ pase por el punto $(0,1,1)$. Indique los valores de a y b obtenidos.

Problema 3. ⟨2 puntos⟩ Calcule el gradiente de la función: $m(x,y) = (x^2 - y^{-2}) \arccos(xy)$.

Nombre y apellidos: ____________________

Parcial 3

Problema 1. $\langle$10 puntos$\rangle$ Se considera la función

$$F(x,y,z) = \arctan(xyz) - \arctan(xz+1) + \frac{\pi}{3}.$$

Se pide:

a) $\langle$3 punto$\rangle$ Justifique por qué la ecuación implícita $F(x,y,z)=0$ define a la variable z como función en las variables x e y en un entorno del punto $(1,\sqrt{3},-1)$.

b) $\langle$3 puntos$\rangle$ Obtenga el plano tangente a la superficie $F(x,y,z)=0$ en el punto $(1,\sqrt{3},-1)$.

c) $\langle$4 puntos$\rangle$ Obtenga el polinomio de Taylor de segundo orden de la función $z(x,y)$ en un entorno del punto $(1,\sqrt{3})$. Asumir que $z(1,\sqrt{3})=-1$.