



Apellidos: _____ Nombre: _____

INSTRUCCIONES

- En este examen no está permitido el uso de calculadora.
- Cada ejercicio requiere de una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Ejercicios distintos deben realizarse en hojas distintas.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. (3 puntos) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- Calcule el valor de la expresión $A^2 - 2BB^T + \mathbb{I}_3$, donde \mathbb{I}_3 representa la matriz identidad de orden 3.
- Determine los valores del parámetro α para que la matriz $A - \alpha\mathbb{I}_3$ sea una matriz regular.
- Halle la matriz inversa de $A + \mathbb{I}_3$.

Ejercicio 2. (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 18 \end{array} \right\}.$$

- Halle el sistema de ecuaciones equivalente en forma escalonada reducida.
- Aplique el Teorema de Rouché-Frobenius para clasificar el sistema de ecuaciones.
- Encuentre (si existen) la solución o soluciones del sistema.

Ejercicio 3. (2 puntos) En una fábrica de muebles se fabrican tres productos. En la tabla adjunta se resumen las necesidades de horas de trabajo y materias primas necesarias para fabricar una unidad de cada producto. Cada mes se cuenta con un total de 1050 horas de trabajo y 7000 kilos de materias primas. Por otra parte, se necesita producir un total de 350 unidades mensuales.

	Producto		
	1	2	3
Horas de trabajo/unidad	2	3	5
Kilos de materias primas/unidad	10	25	20

- Formule el sistema de ecuaciones lineales asociado al problema descrito previamente.
- Escriba la ecuación matricial del sistema de ecuaciones y demuestre que el problema considerado tiene solución única.
- Determine las cantidades que puede producir de cada producto sabiendo que se aprovechan al máximo las disponibilidades mensuales de trabajo y de materias primas.

Ejercicio 4. (1 punto) Aplique las propiedades de las operaciones entre matrices para simplificar las siguientes expresiones matriciales (suponga que las matrices son cuadradas del mismo orden):

$$a) \quad (B^T A)^T + A^T B - 2(A + \mathbb{I})^T B, \quad b) \quad X(X^T X)^{-1} + (I - X^{-1})^T.$$

Ejercicio 5. (1 punto) Resuelva la siguiente ecuación matricial indicando la condición que ha de cumplirse para que sea posible (suponga que las matrices son cuadradas del mismo orden):

$$X + A(X + B) = D - BX.$$