Universidad Loyola – `Segundo Parcial. Temas 3 y 4`

Titulación: ________________________________

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero** Fecha: **/04/2026**

Apellidos:________________________________ Nombre:____________________

INSTRUCCIONES

- No está permitido el uso de calculadora científica.
- Tu nombre completo debe aparecer en la parte superior de cada hoja entregada.
- Cada ejercicio requiere de una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.

Ejercicio 1. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Sea la función de producción $f(x,y) = 2x^{2/3}y^{1/3}$, donde x representa la cantidad de recursos de capital invertidos en maquinaria e y es el número de horas trabajadas por los empleados. Se pide:

(a) Hallar el valor de $\frac{\partial f}{\partial x}(1000, 125)$.

(b) Justificar si la función de producción es creciente o decreciente con respecto al número de horas trabajadas y cuando el capital invertido en maquinaria x permanece constante.

(c) ¿Qué ocurre con la producción $f(x,y)$ si el capital x y la mano de obra y se duplican? Justifique su respuesta.

(d) Hallar el valor de la inversión de capital x para que el punto $(x, 125)$ pertenezca a la curva de nivel 1000 de la función de producción.

Ejercicio 2. $\langle 1'5 \text{ puntos}\rangle$ Calcule las derivadas parciales de primer orden $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ y de segundo orden, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, de la función: $f(x,y) = \log(x+5)y^3 + (y+1)e^{-x^3}$.

Ejercicio 3. $\langle 1'5 \text{ puntos}\rangle$ Obtenga dos puntos críticos de la función $z = (4x^2 + y^2)e^{1-x^2-y^2}$ y clasifiquelos.

Ejercicio 4. $\langle 2$ puntos$\rangle$ La población de ranas de un estanque $F(x, y)$ depende de la cantidad de mosquitos (x) y de la humedad del estanque (y) según la función:

$$F(x, y) = (x^2 + y)^2 \quad \text{cientos de unidades/año.}$$

La cantidad de ranas varia con el tiempo (t) medido en años en terminos de la cantidad de mosquitos (x) y de la humedad (y) según las funciones:

$$x(t) = 2\sqrt{t} + t, \qquad y(t) = 200 + \frac{9}{t}.$$

Determine la tasa de población de ranas $F(x, y)$ con respecto al tiempo pasados 9 años. ¿Crecerá o decrecerá la población pasados 9 años? Justifique la respuesta.

Ejercicio 5. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Estudie los extremos relativos y puntos de silla de la función:

$$f(x, y) = -x^3 + 4xy - 2y^2 + 1.$$

Ejercicio 6. $\langle 2$ puntos$\rangle$ Una empresa tecnológica fabrica dos productos: tablets y auriculares inalámbricos. donde x e y son las cantidades de tablets y auriculares inalámbricos y p, q son los precios de venta unitarios de cada producto, respectivamente. Las funciones de demanda vienen dadas por:

$$p = 120 - x - 3y, q = 138 - x - 2y.$$

Si la función de costes está dada por $C(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 30$,

(a) Construya la función de beneficio

(b) Determine las cantidades x e y para que la función de beneficio sea máxima.

(c) Halle el beneficio máximo obtenido.

Universidad Loyola – `Segundo Parcial. Temas 3 y 4`

Titulación: ____________________

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero** Fecha: **/04/2026**

Apellidos:____________________ Nombre:____________________

INSTRUCCIONES

- No está permitido el uso de calculadora científica.
- Tu nombre completo debe aparecer en la parte superior de cada hoja entregada.
- Cada ejercicio requiere de una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.

Ejercicio 1. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Sea la función de producción $f(x, y) = 3x^{1/3}y^{2/3}$, donde x representa la cantidad de recursos de capital invertidos en maquinaria e y es el número de horas trabajadas por los empleados. Se pide:

(a) Hallar el valor de $\frac{\partial f}{\partial x}(125, 1000)$.

(b) Justificar si la función de producción es creciente o decreciente con respecto al número de horas trabajadas y cuando el capital invertido en maquinaria x permanece constante.

(c) ¿Qué ocurre con la producción $f(x, y)$ si el capital x y la mano de obra y se duplican? Justifique su respuesta.

(d) Hallar el valor de la inversión de capital x para que el punto $(125, y)$ pertenezca a la curva de nivel 1000 de la función de producción.

Ejercicio 2. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Calcule las derivadas parciales de primer orden $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$ y de segundo orden, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, de la función: $f(x, y) = \log(y+5)x^3 + (x+1)e^{-y^3}$.

Ejercicio 3. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Obtenga dos puntos críticos de la función $z = (x^2 + 2y^2)e^{1-x^2-y^2}$ y clasifíquelos.

Ejercicio 4. $\langle 2$ puntos$\rangle$ La población de patos de un granja $F(x, y)$ depende de la cantidad de frutales de la zona (x) y de la cantidad de refugios de la zona (y) según la función:

$$F(x, y) = (x + y^2)^2 \quad \text{cientos de unidades/año.}$$

La cantidad de patos varia con el tiempo (t) medido en años en terminos de la cantidad de frutales (x) y de los refugios (y) según las funciones:

$$x(t) = 200 + \frac{9}{t}, \qquad y(t) = 2\sqrt{t} + t.$$

Determine la tasa de población de patos $F(x, y)$ con respecto al tiempo pasados 9 años. ¿Crecerá o decrecerá la población pasados 9 años? Justifique la respuesta.

Ejercicio 5. $\langle 1'5$ puntos$\rangle$ Estudie los extremos relativos y puntos de silla de la función:

$$f(x, y) = -y^3 + 4xy - 2x^2 + 1.$$

Ejercicio 6. $\langle 2$ puntos$\rangle$ Una empresa tecnológica fabrica dos productos: tablets y auriculares inalámbricos. donde x e y son las cantidades de tablets y auriculares inalámbricos y p, q son los precios de venta unitarios de cada producto, respectivamente. Las funciones de demanda vienen dadas por:

$$p = 97 - 4y - x, q = 126 - 3y - x.$$

Si la función de costes está dada por $C(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy + 30$,

(a) Construya la función de beneficio

(b) Determine las cantidades x e y para que la función de beneficio sea máxima.

(c) Halle el beneficio máximo obtenido.